SEGMENTAREA IMAGINILOR

C. VERTAN

Segmentarea = descompunerea imaginii in partile sale componente.

(reducerea numarului de culori dintr-o imagine este un caz particular)

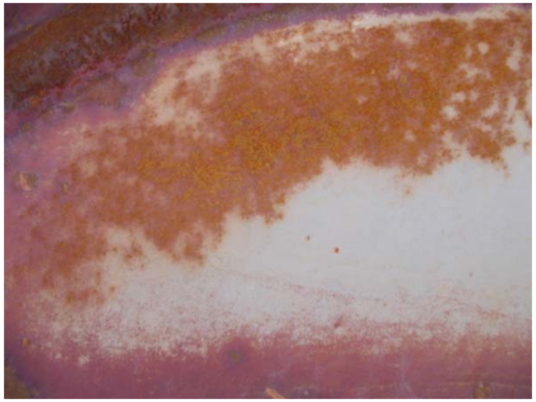
Segmentare :

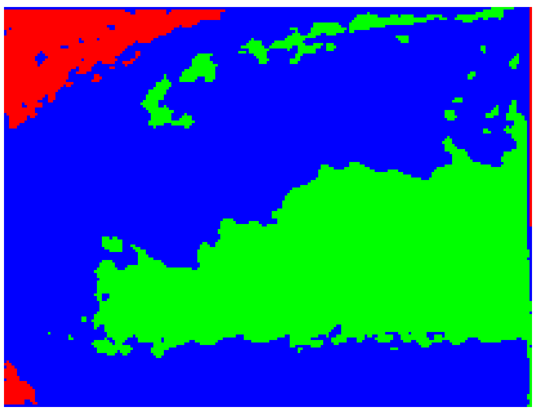
- orientata pe regiuni
- orientata pe contururi

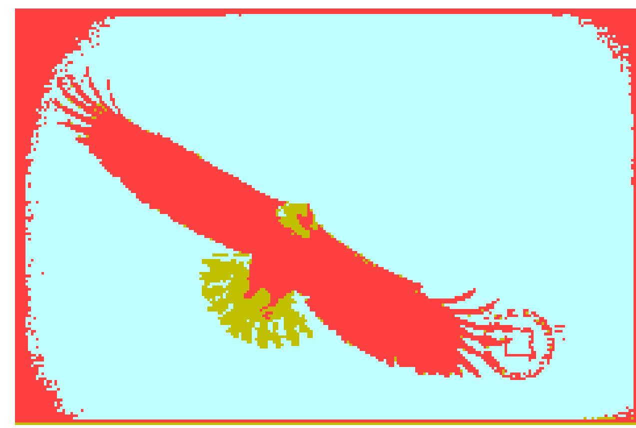
(abordari duale)

imagine originala

imagine segmentata
(imagine de etichete)







Segmentare

Descompunerea imaginii (scenei) in partile sale constituente.

Matematic: segmentarea este o partitionare a multimii pixelilor din imaginea *f*, in submultimi f_i continand una sau mai multe componente conexe, disjuncte si uniforme dpdv al unui criteriu *C* pre-stabilit.

$$f = \bigcup_i f_i$$

$$f_i \cap f_j = \phi, i \neq j$$

$$C(f_i) = 1$$

$$C(f_i \cup f_j) = 0$$

Erori :

supra-segmentarea :

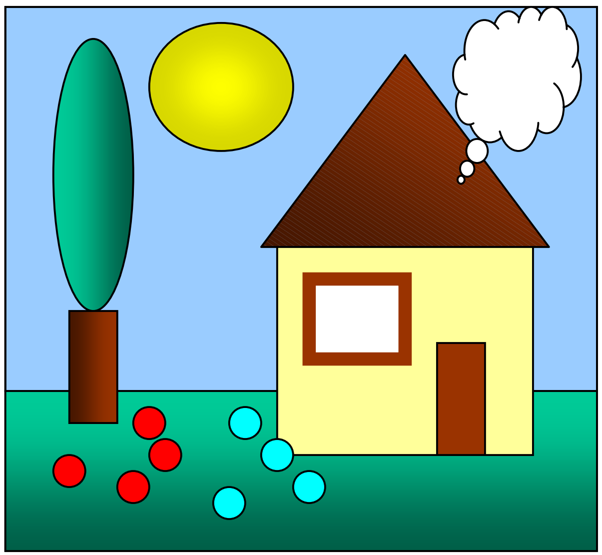
descompunerea imaginii in mai multe elemente (parti) decat necesar

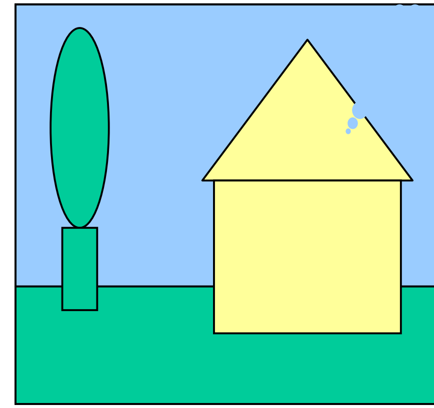
sub-segmentarea :

descompunerea imaginii in mai putine elemente (parti) decat necesar

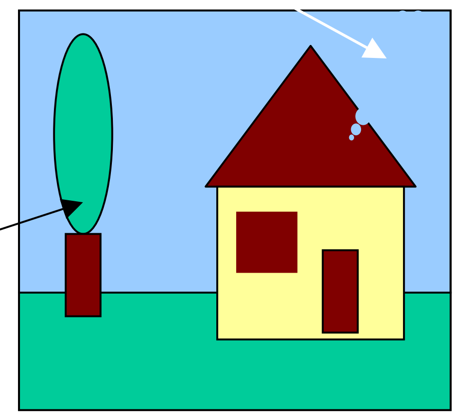
Cine [si cum] defineste numarul necesar, corect, de parti ale imaginii ?

sub-segmentare ?
(soarele este in clasa “cer”)





3 tipuri de elemente :
cer, vegetatie, casa



supra-segmentare ?
(copac impartit in doua clase)

4 tipuri de elemente :
cer, vegetatie, lemn, zid

Segmentare pe regiuni:

segmentarea in suportul imaginii

etichetarea imaginilor binare

segmentarea in spatiul caracteristicilor

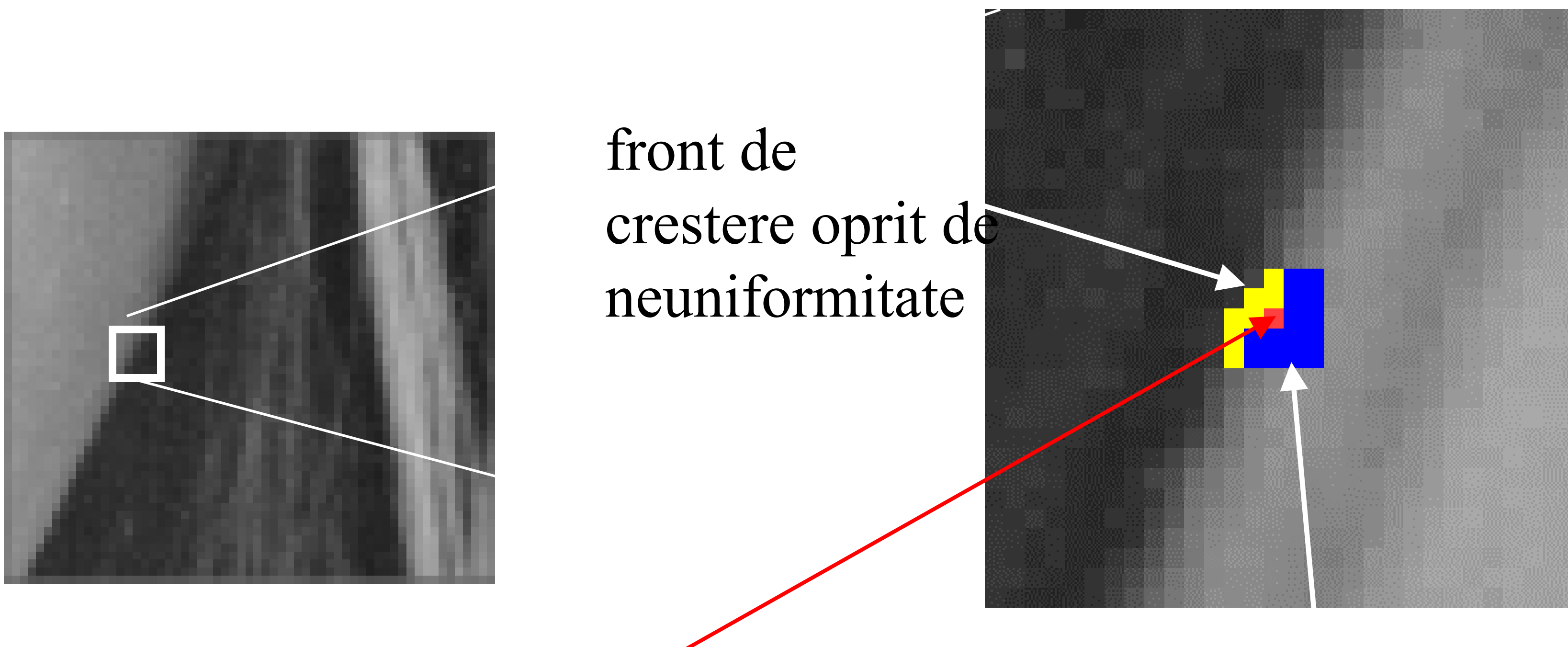
cresterea (si fuziunea) regiunilor

segmentarea pe histograma

algoritimi generali de clustering

Solutie imediata : cresterea regiunilor

Determinarea unor zone in care se verifica uniformitatea valorilor unei caracteristici.



Cresterea regiunilor

Etape de rezolvat :

alegerea germenilor (punctelor de start)

alegerea criteriului de uniformitate a regiunii

Germenii :

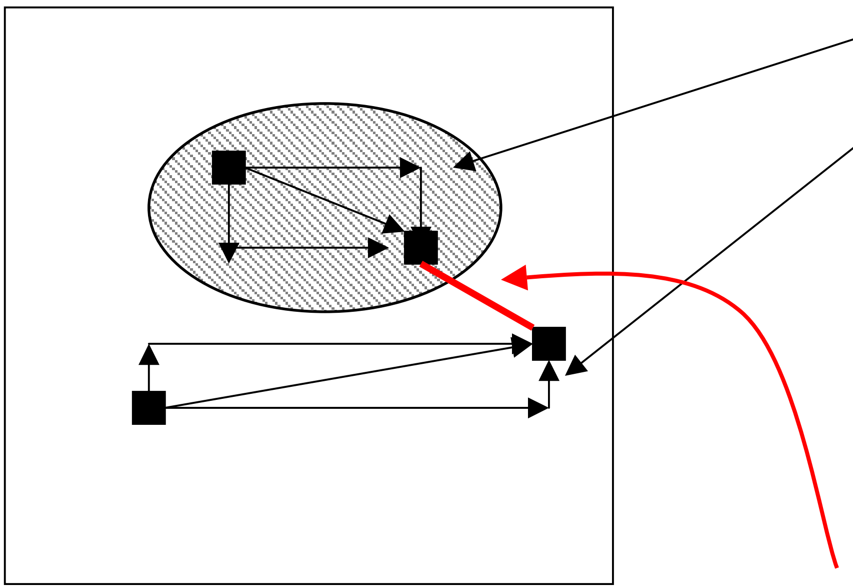
se aleg in regiuni uniforme (sa fie plasati in centrul regiunilor)
se repartizeaza uniform in suportul spatial al imaginii
valoarea pixelilor germene trebuie sa fie reprezentativa pentru distributia valorilor pixelilor din imagine
este preferabila alegerea unui numar mare de germeni, chiar cu riscul supra-segmentarii

Exemplu

germene

regiune,
$T_{unif}=10$

Verificarea germenilor redundanti
(germenii ce conduc la suprasegmentare)

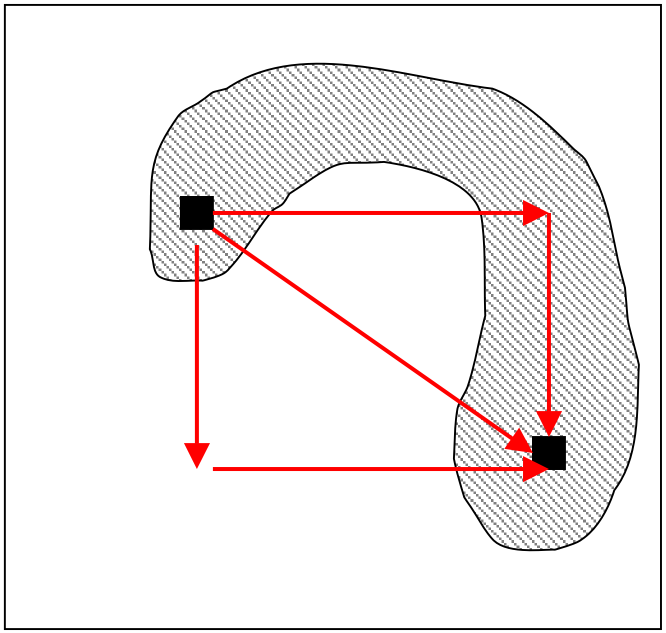


germeni redundanti :
exista cel putin o cale uniforma care ii uneste

germeni ne-redundanti :
nu exista nici o cale uniforma care sa ii uneasca (deci se trece peste frontiera)

Numarul de cai testate ("toate") este redus din considerente de calcul.

Verificarea germenilor redundanti
(germenii ce conduc la suprasegmentare)



Desi germenii sunt plasati in aceeasi componenta, nu sunt declarati redundanti : caile verificate care ii unesc traverseaza frontierele-obiect.

Obiectul va fi impartit (artificial) in doua componente.

Supra-segmentarea poate fi partial corectata prin “fuziunea regiunilor”

Cresterea efectiva a regiunilor

In jurul germenului se agrega pixeli vecini structurii deja existente, daca valoarea acestor pixeli este suficient de apropiata de valoarea germenului.

Cresterea trebuie imaginata ca fiind simultana pentru toti germenii alesi in imagine.

Cresterea se opreste cand pixelii ramasi ne-alocati unei regiuni nu mai satisfac criteriul de uniformitate;

relaxarea criteriului de uniformitate

construirea unei clase a pixelilor “a-tipici”.

Corectia rezultatelor : fuziunea regiunilor

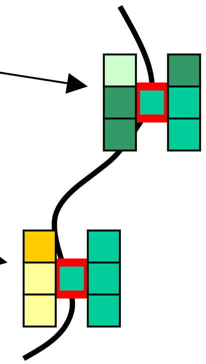
Se verifica daca regiunile vecine nu ar putea fi reunite.

Criteriile de similaritate se refera in general la frontiera :

procentul de pixeli slabi

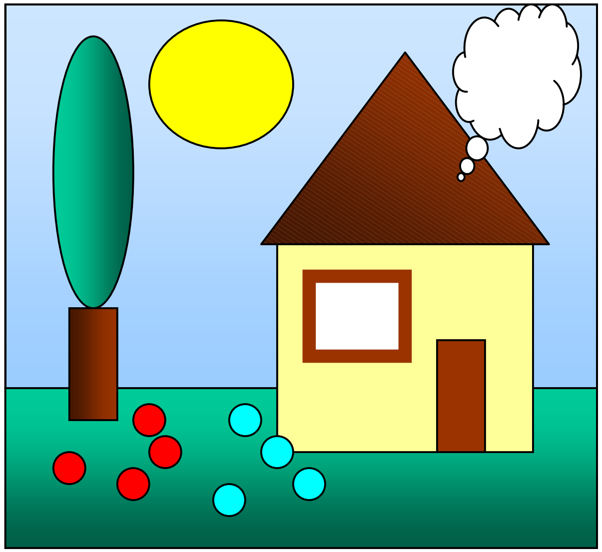
procentul de pixeli tari

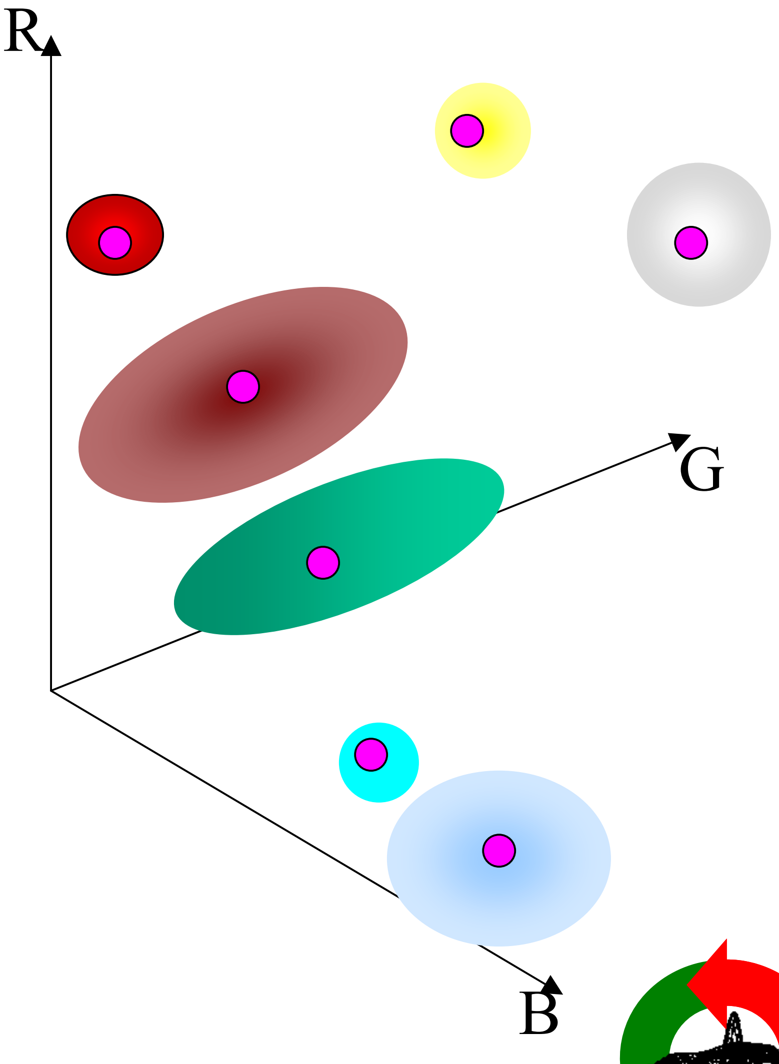
altele …



Concluzie : Procesul este complicat si de durata, necesita reglarea multor parametri. Cresterea regiunilor ar fi buna pentru separarea unui numar mic de obiecte fixate, nu pentru segmentarea imaginii intregi.

Tipurile de obiecte pot fi separate in **spatiul caracteristicilor**, daca respectivele caracteristici sunt **discriminante** (de ex. culoarea).





Cea mai simpla caracteristica: **nivelul de gri**

Presupunem ca nivelul de gri este reprezentativ si suficient pentru caracterizarea tipurilor de obiecte din imagine.

Trebuie deci identificate “concentrarile” de nivele de gri, adica **modurile din histograma imaginii**. Fiecare mod bine identificat va corspunde unui tip de obiecte din imagine.

Histograma = functie ce asociaza fiecarui nivel de gri posibil probabilitatea [sa] de aparitie in imagine.

h(u) = numar pixeli de nivel de gri "*u*" / numar total pixeli

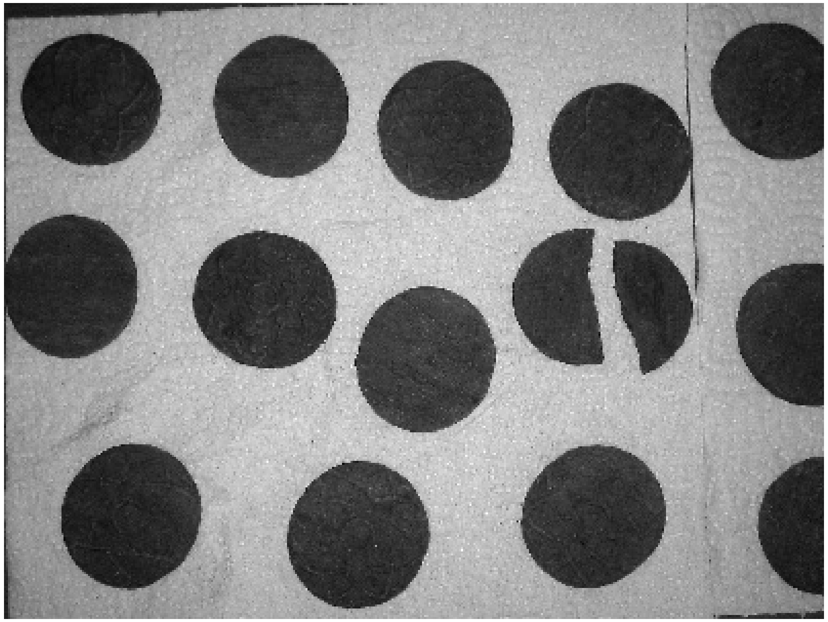
$$h(u) = \frac{1}{MN}\sum_{m=0}^{M-1}\sum_{n=0}^{N-1}\delta\big(f(m,n)-u\big),\ u = 0,1,\ldots,L-1$$

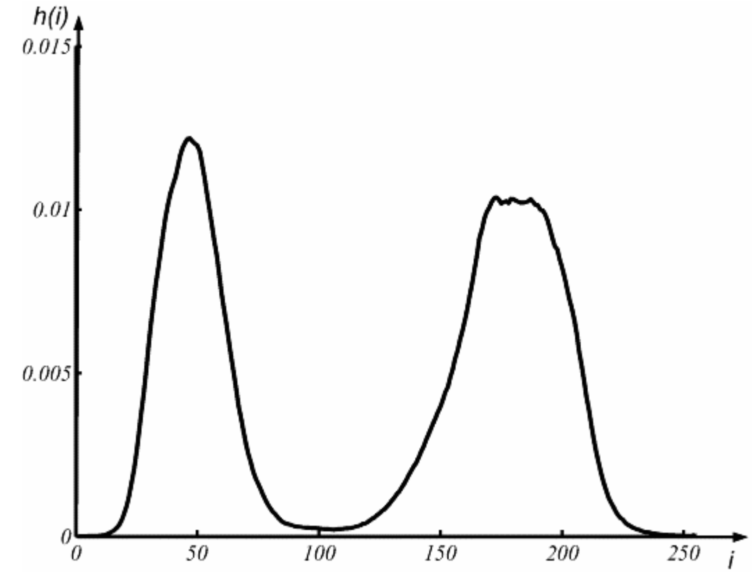
Histograma este o functie de densitate de probabilitate.

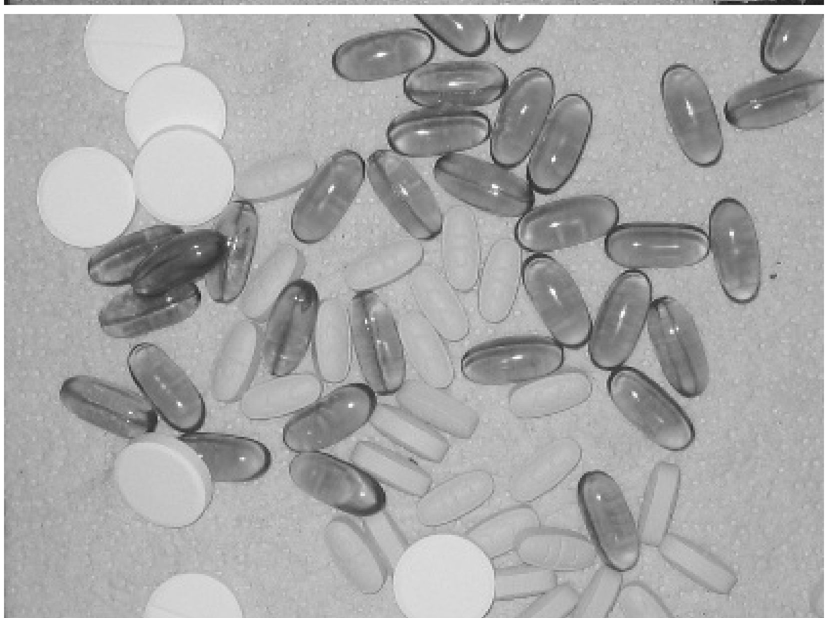
$$\sum_{u=0}^{L-1} h(u) = 1$$

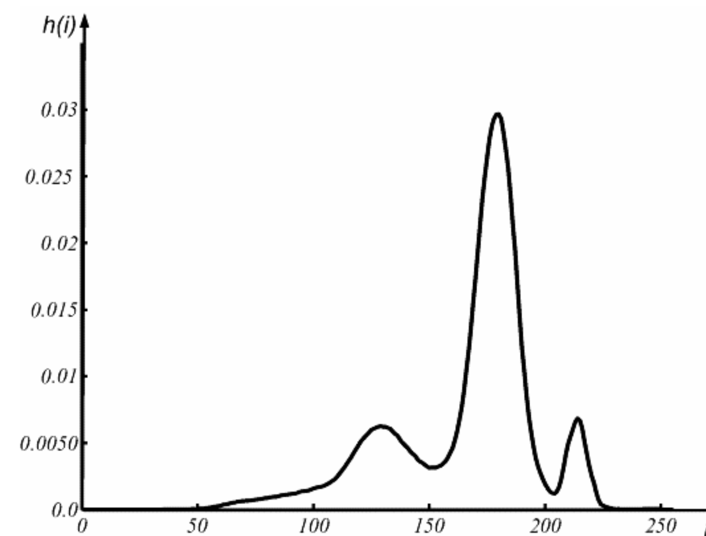
Histograma descrie continutul "de culoare/ de gri" al imaginii.

Histograma

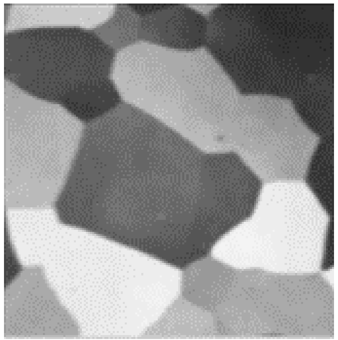
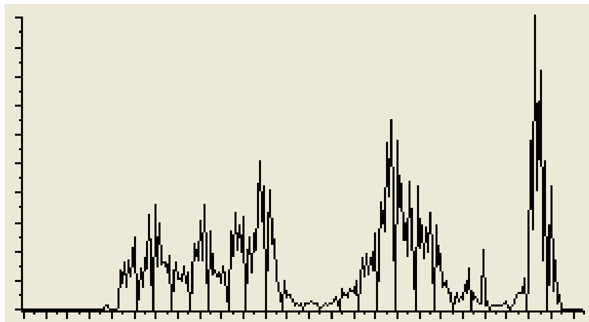
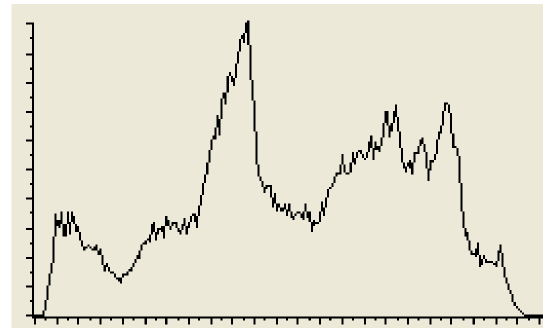
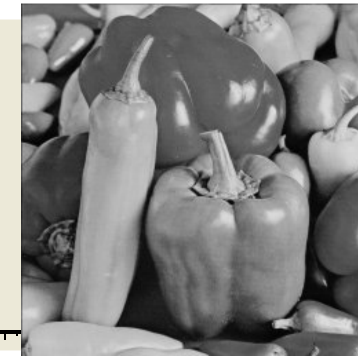


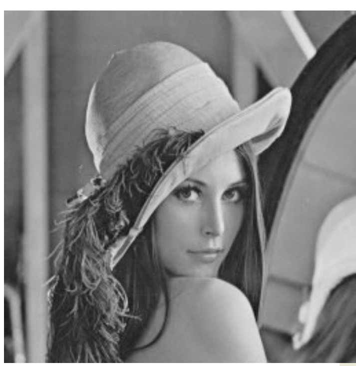
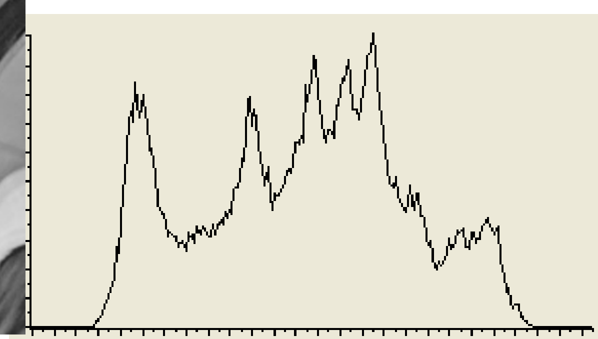
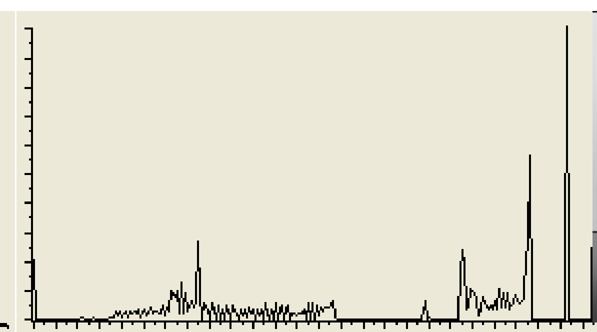
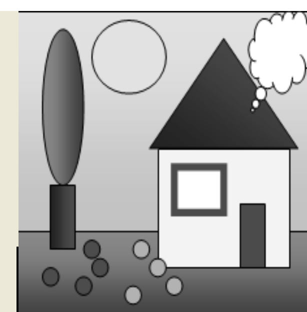

h(i)
0.015
0.01
0.005
0
0
50
100
150
200
250
i




h(i)
0.03
0.025
0.02
0.015
0.01
0.0050
0.0
0
50
100
150
200
250
i

Histograma

Segmentarea pe histograma = Thresholding (praguire)

gasirea "pragurilor" de separare dintre modurile histogramei de nivele de gri a imaginii.

Fie T_k pragurile de segmentare pe histograma.

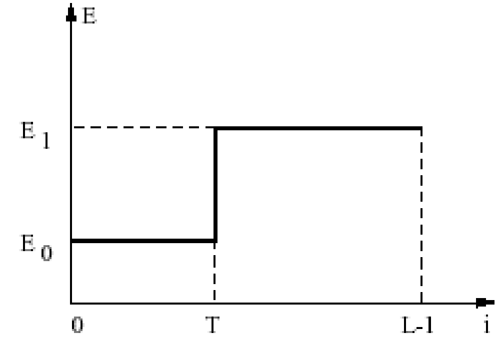
$g(m,n) = E_k$, daca $T_k \leq f(m,n) \leq T_{k+1}$

E_k este eticheta ce se atribuie tipului de obiecte k

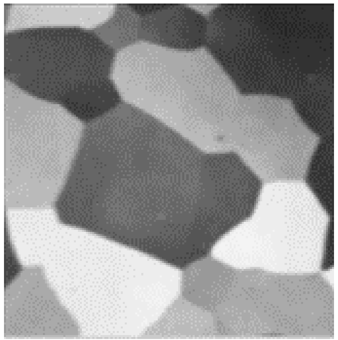
$T_0 = 0, T_C = L, k = 0, 1, ..., L\text{-}1$

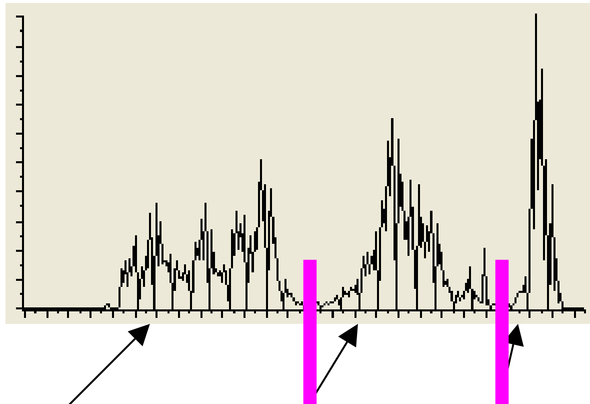
Caz particular : $C = 2$ (binarizarea)

$$g(m,n) = \begin{cases} E_0, f(m,n) \leq T \\ E_1, f(m,n) > T \end{cases}$$



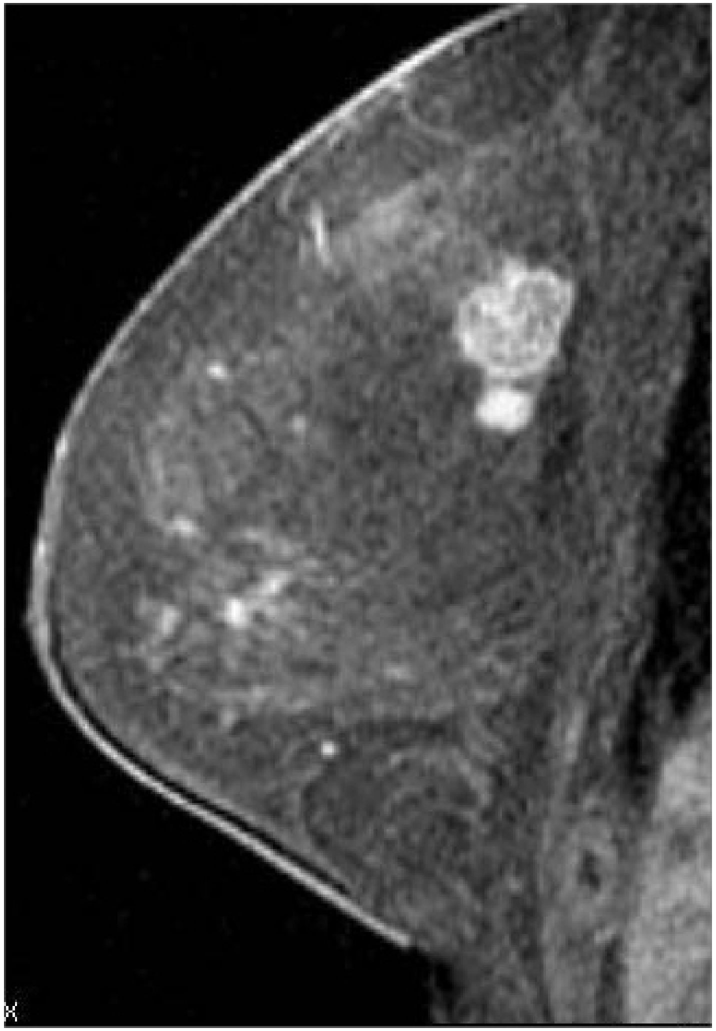
Evident, alegerea pragurilor de segmentare T_k este cruciala.



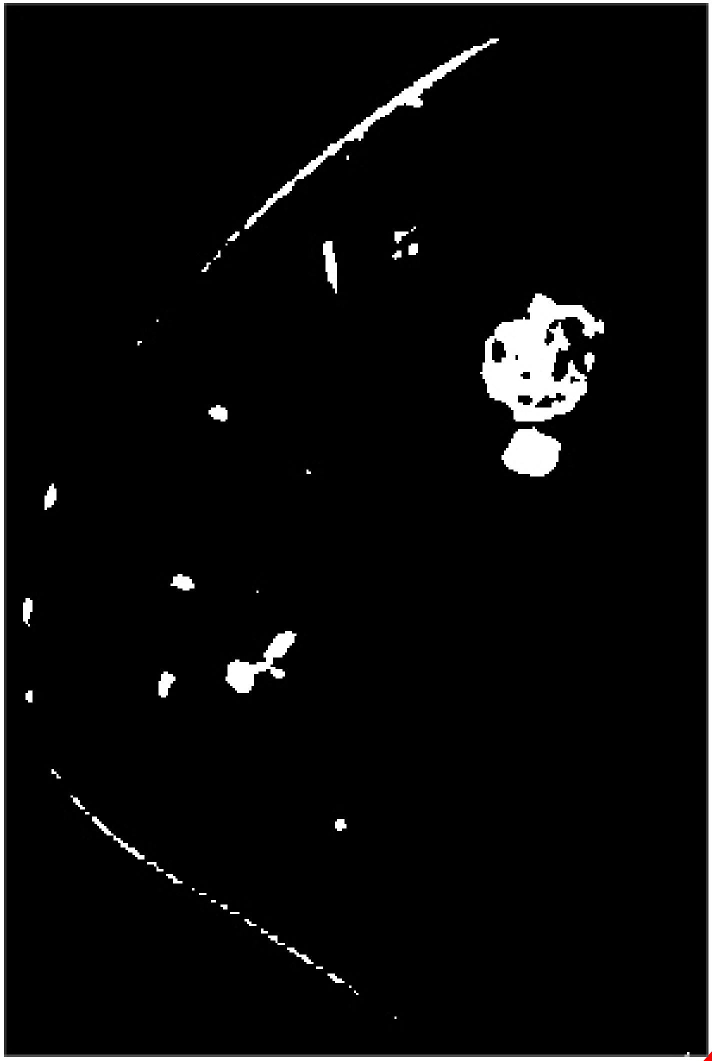


Pragurile se aleg pe minimele histogramei (separatia dintre moduri).

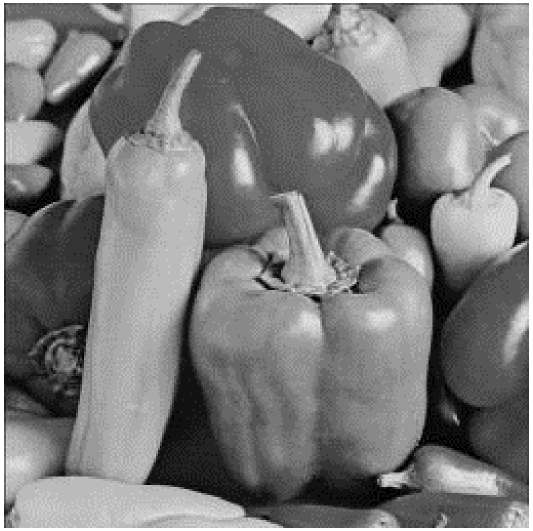
Exemplu



C=2
T=170



Exemplu



$C=3$
$T_1=40$
$T_2=100$

$C=4$
$T_1=40$
$T_2=100$
$T_3=$

Daca minimele histogramei nu sunt usor de identificat ?

Segmentare pe histograma ponderata

$$h'(u) = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} w(m,n) \delta(f(m,n) - u), \forall u$$

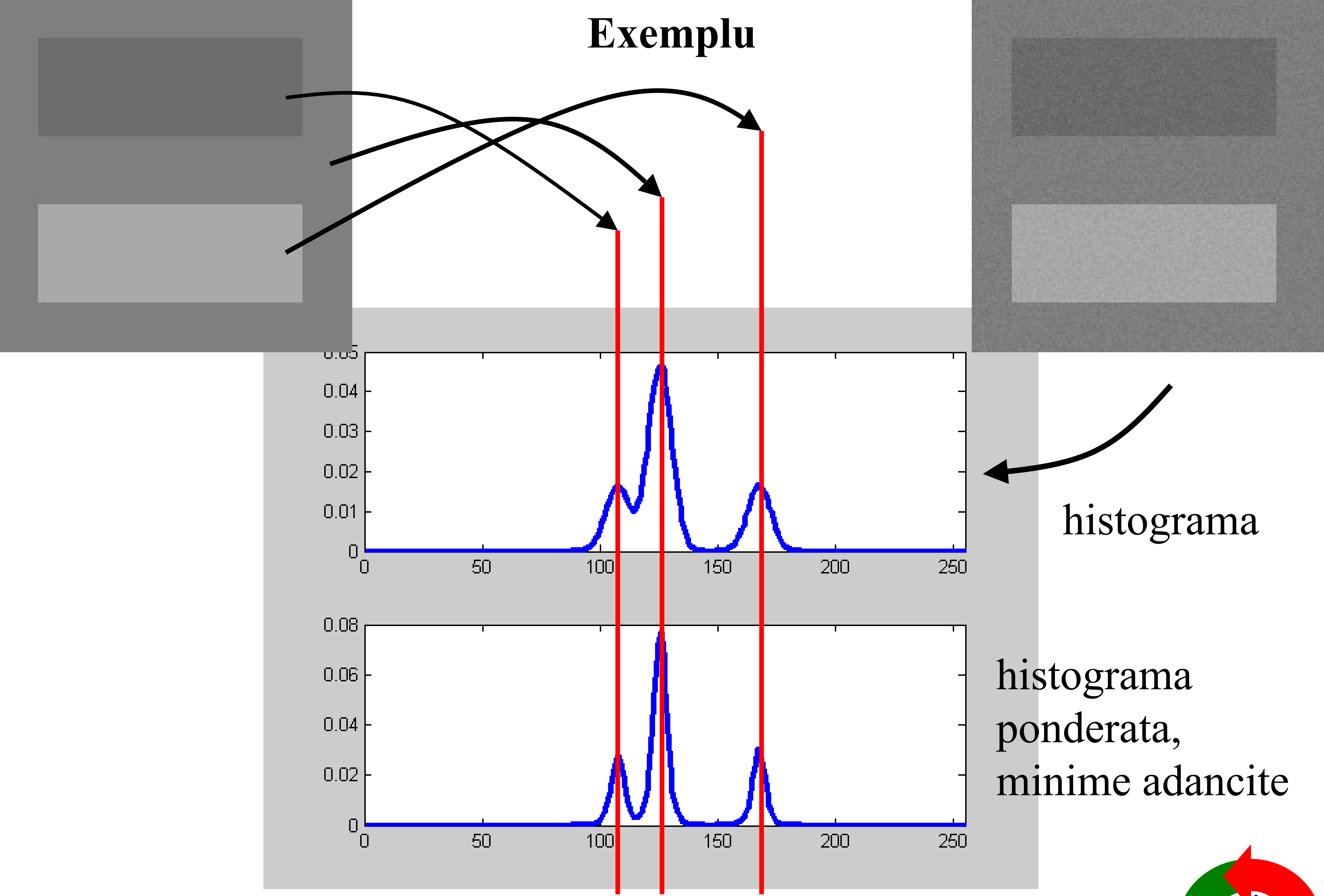
w(m,n) masura locala, caracteristica pixelului

$\Delta(i,j)$ Laplacianul imaginii

$$w(m,n) = \frac{1}{1 + |\Delta(m,n)|}$$ adancirea minimelor din histograma

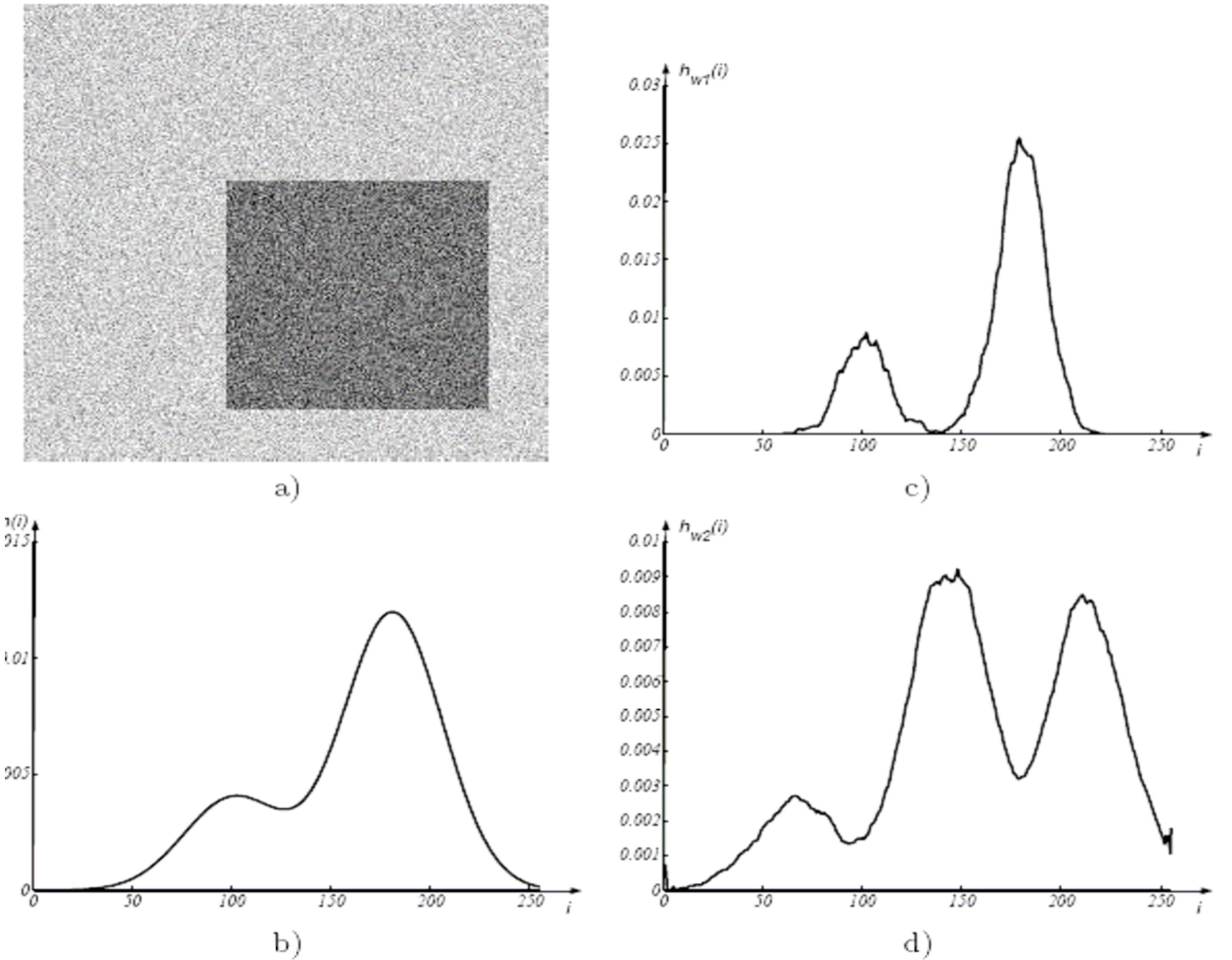
$$w(m,n) = |\Delta(m,n)|$$ separatiile dintre moduri devin maxime

Exemplu



C. VERTAN

Exemplu



a)
0.03
$h_{w1}(i)$
0.025
0.02
0.015
0.01
0.005
0
0
50
100
150
200
250
i
c)
$h_{w2}(i)$
0.01
0.009
0.008
0.007
0.006
0.005
0.004
0.003
0.002
0.001
0
50
100
150
200
250
i
d)
0
50
100
150
200
250
i
b)

Segmentarea cu prag optim

Sa presupunem cunoscute: numarul de tipuri de obiecte din imagine, proportiile in care acestea ocupa suprafata imaginii si distributia nivelelor de gri caracteristice fiecarui tip de obiect.

$$h(x)=\sum_{i=1}^{C} P_i p_i(x)$$

$$\sum_{i=1}^{C} P_i = 1$$

Pentru binarizare C=2 :

$$h(x)=P_1 p_1(x)+P_2 p_2(x)$$

$$P_1+P_2=1$$

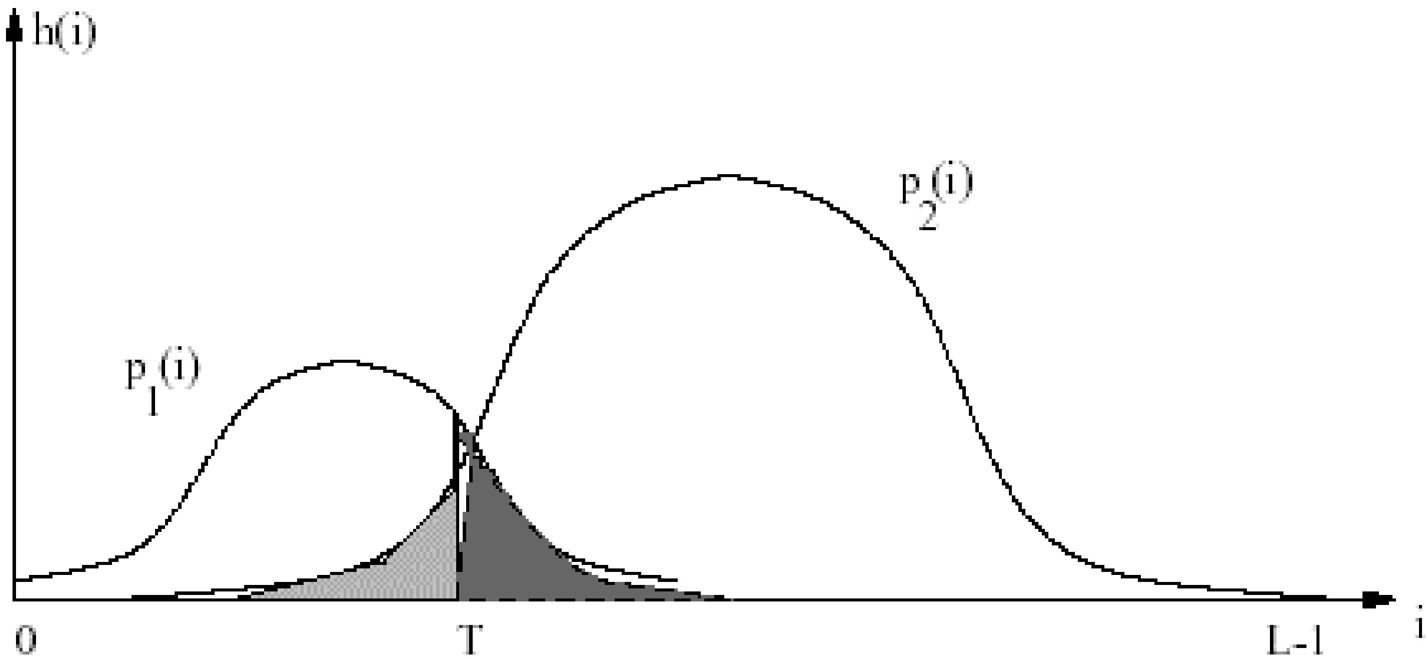
Pentru binarizare va trebui determinat pragul T ce separa modurile.

Pragul este “optim” in sensul minimizarii unei erori.

Eroarea de segmentare este data de pixelii prost etichetati:

nivel de gri mai mic ca T, desi provin din p_2

nivel de gri mai mare ca T, desi provin din p_1



$$\varepsilon(T) = P_2 \int_{-\infty}^{T} p_2(x)dx + P_1 \int_{T}^{+\infty} p_1(x)dx$$

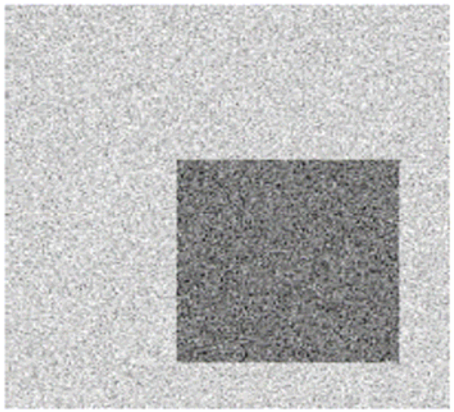
Optim : $$\frac{d\varepsilon(T)}{dT} = 0 \quad \Longrightarrow \quad P_1 p_1(T) = P_2 p_2(T)$$

$$\varepsilon(T) = P_2 \int_{-\infty}^{T} p_2(x)dx + P_1 \int_{T}^{+\infty} p_1(x)dx$$

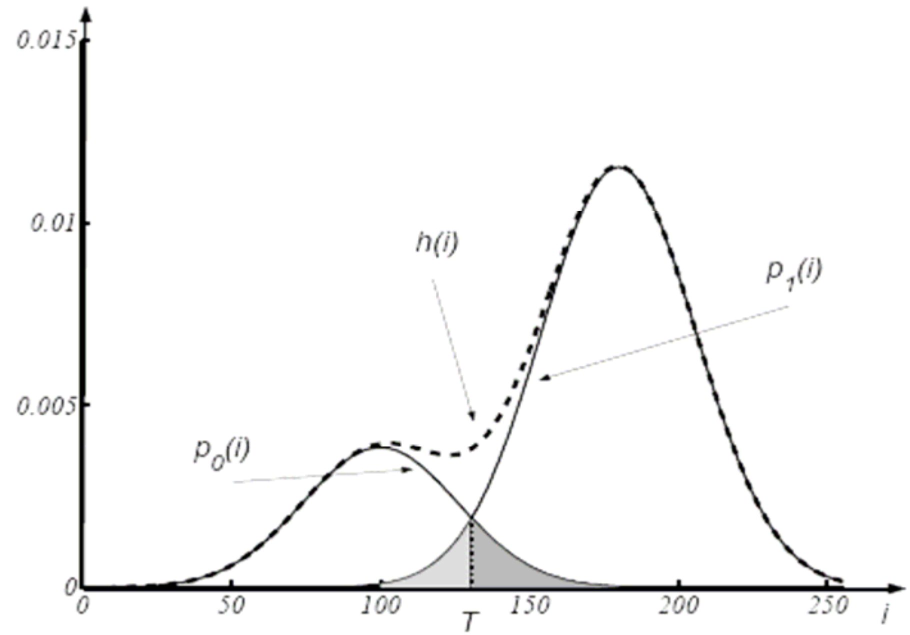
In cazul particular cel mai curent, distributiile ce caracterizeaza obiectele sunt normale (gaussiene).

Daca variantele lor sunt egale, pragul este:

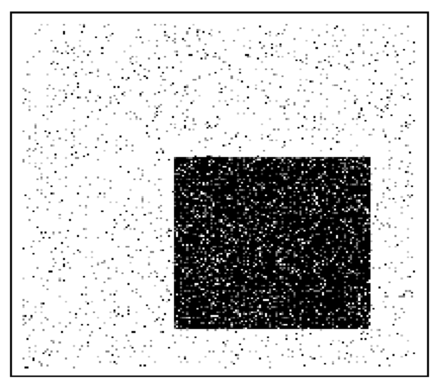
$$T = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2} - \frac{\sigma^2}{\mu_1 - \mu_2} \ln \frac{P_1}{P_2}$$



a)



b)



b)

Segmentare globala

Metoda Bhattacharyya

Ipoteza: clasele de obiecte pot fi modelate cu distributii gaussiene.

Metoda: descompunerea histogramei imaginii in moduri normale.

Obs. ca :

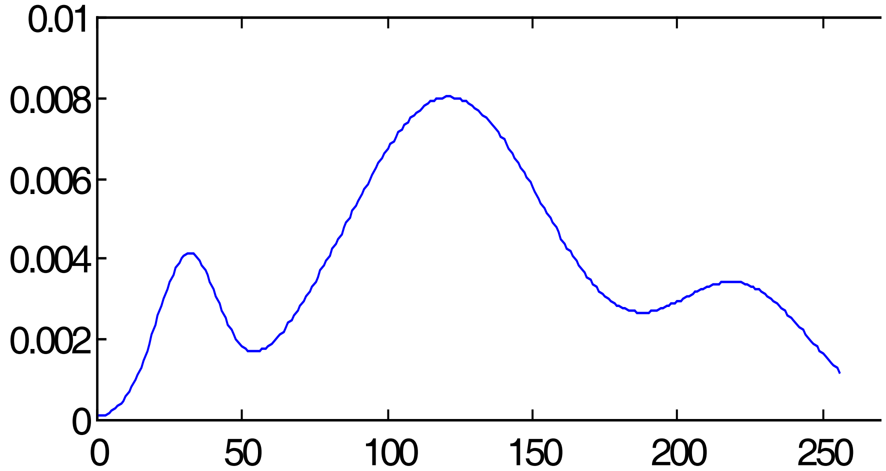
$$N(\mu,\sigma)(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$ln\,N(\mu,\sigma)(x)=-ln\sqrt{2\pi\sigma^2}-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}$$

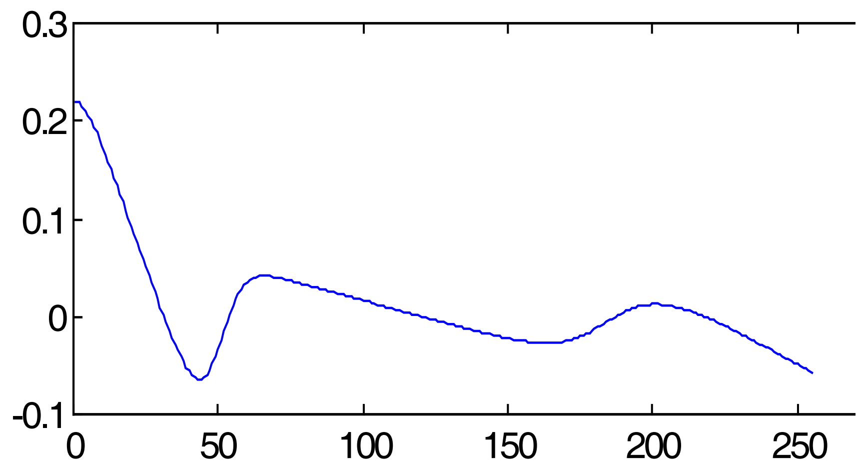
$$\frac{d}{dx}ln\,N(\mu,\sigma)(x)=-\frac{x}{\sigma^2}+\frac{\mu}{\sigma^2}=mx+n$$

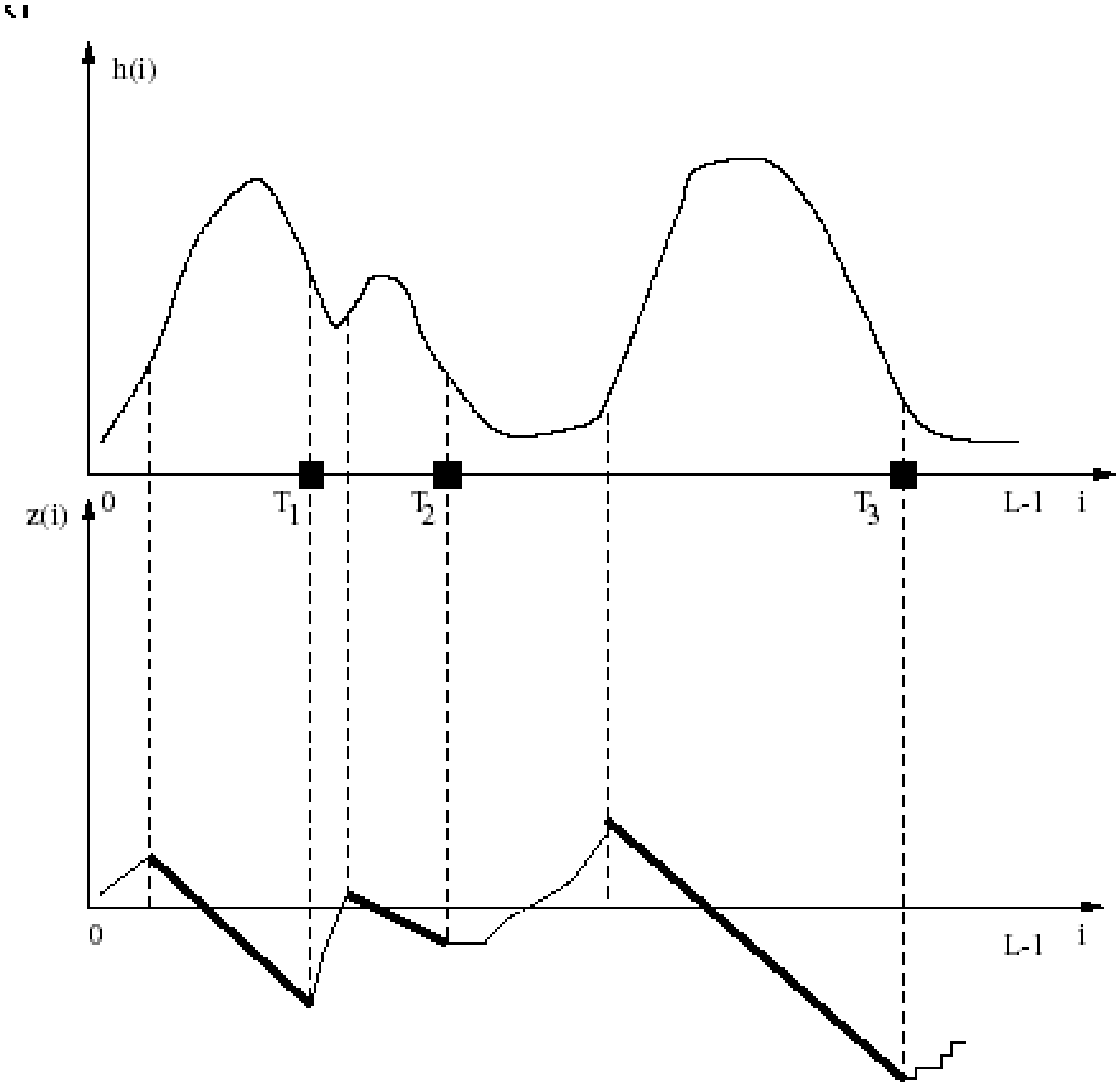
Unui mod gaussian ii corespunde o dreapta descrescatoare in domeniul functiei discriminant (derivata logaritmului densitatii de probabilitate).

histograma trimodala



functia discriminant (derivata logaritmului histogramei)




h(i)
0
T_1
T_2
T_3
L-1
i
z(i)
0
L-1
i

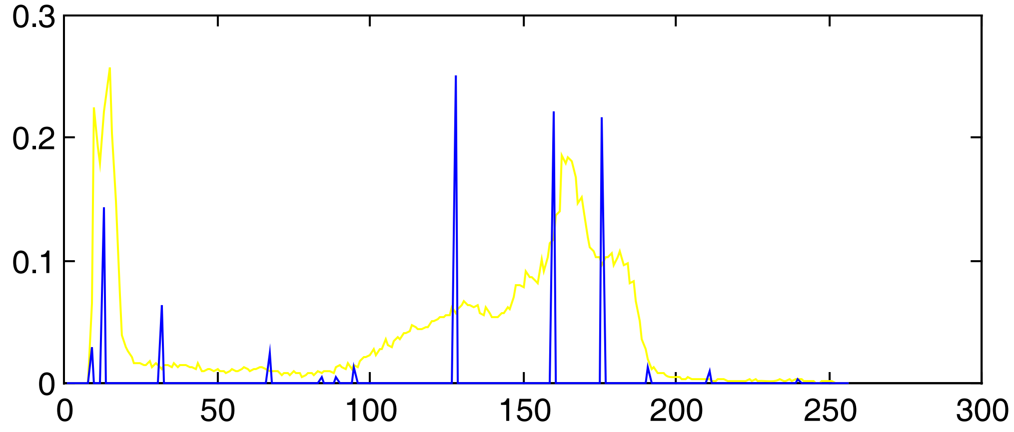
In functia discriminant se vor identifica deci domeniile pe care functia este descrescatoare. Aceste domenii separa modurile normale in histograma.

Parametrii modurilor sunt obtinuti din parametrii dreptei de aproximare a functiei discriminant.

$$z(z)=\frac{d}{dx}\ln N(\mu,\sigma)(x)=-\frac{x}{\sigma^2}+\frac{\mu}{\sigma^2}=mx+n$$

Segmentarea se va face dupa praguri alese pe capetele intervalelor de descrestere a functiei discriminant.

Alternativ: nivelele de gri din interiorul fiecarui mod sunt inlocuite cu media modului respectiv.

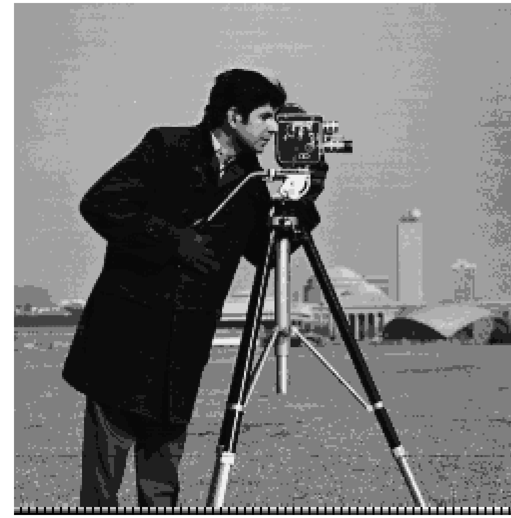


Segmentarea poate fi vazuta astfel ca o problema de aproximare a valorilor imaginii.

Original:
230 nivele gri

Aproximare 1:
22 nivele gri
SNR= 29.6 dB

Aproximare 2:
13 nivele gri
SNR=20.4 dB



Original:
247 nivele gri

Aproximare 1:
40 nivele gri
SNR= 35 dB

Aproximare 2:
13 nivele gri
SNR=24 dB

Observatii:

Numarul de moduri nu poate fi controlat decat prin impunerea unei lungimi minime a unui interval de descrestere a functiei discriminant si a unei erori mici de aproximare cu o dreapta.

Putem considera ca metoda imi asigura o legatura intre conceptele de segmentare si cuantizare (aproximare a valorilor initiale cu alte valori, in numar mai mic).

Apar probleme daca ipoteza de normalitate a modurilor nu este adevarata.

Segmentare globala

Metode bazate pe histograma cumulativa

$$H(j) = \sum_{i=1}^{j} h(i),\ j = 0, 1, \ldots, L-1.$$

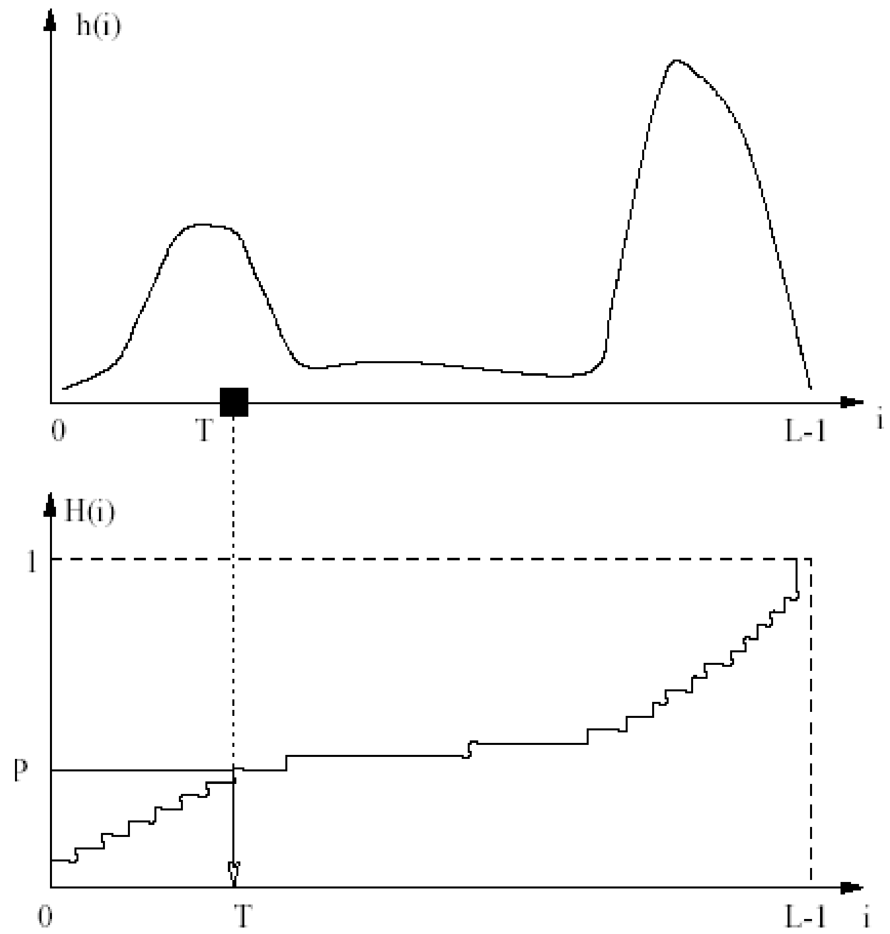
functia de rapartitie asociata histogramei

Presupunand ca obiectele de interes sunt de nivel de gri inchis si ocupa o arie relativa *P%* din imagine, atunci pragul de segmentare *T* se determina prin:

$$H(T) \cong P.$$

Pentru obiecte de interes luminoase,

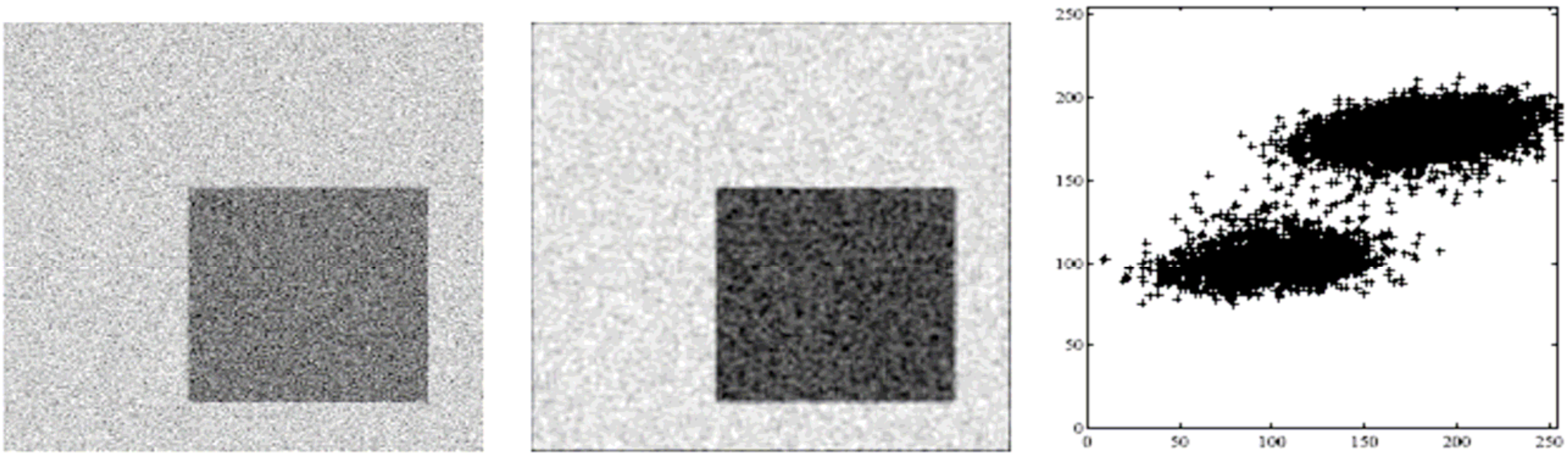
$$H(T) \cong 1 - P$$


h(i)
0
T
L-1
i
H(i)
1
P
0
T
L-1
i

Dar daca nivelul de gri nu este suficient ?
(si la histograma ponderata se foloseau caracteristici suplimentare)

Dar daca imaginile nu sunt scalare ?
(imaginile color au 3 numere/ pixel) ....

Segmentarea generala in spatiul caracteristicilor prin clustering.



a) b) c)

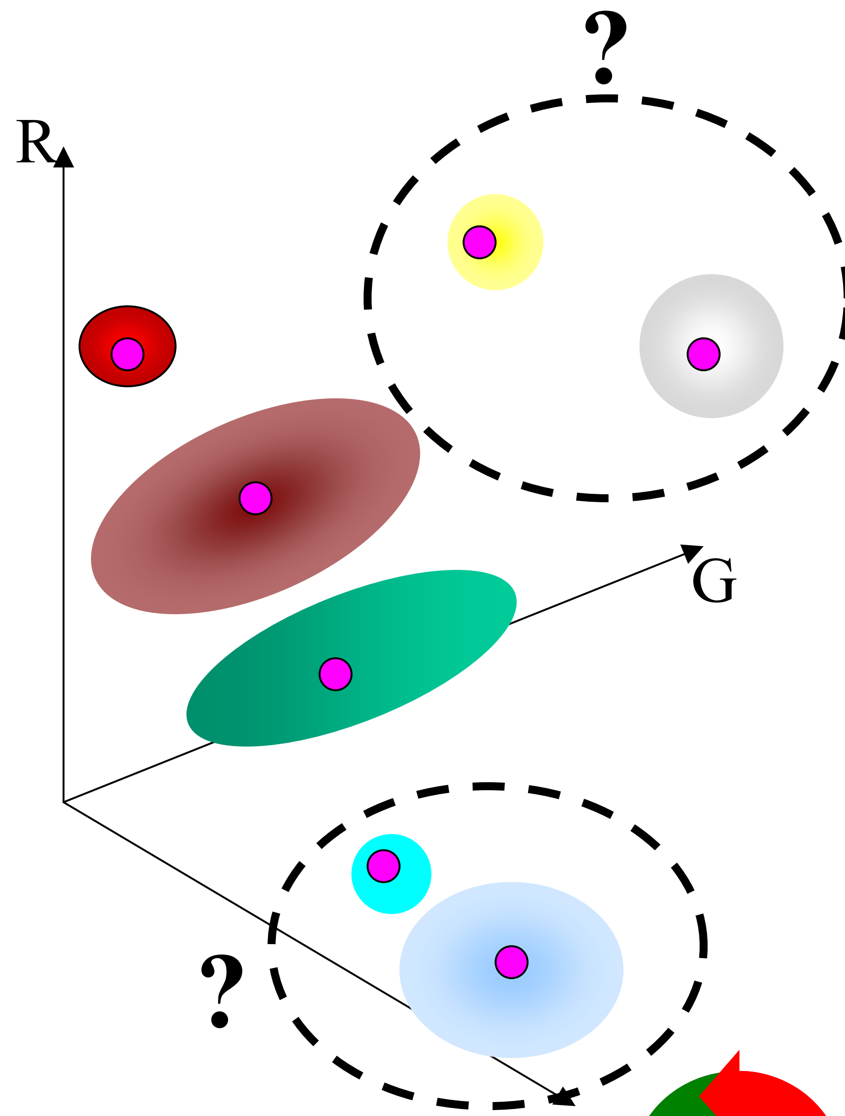
Figura 4.14: *Construirea unui spaţiu al caracteristicilor multi-dimensional: a) imagine originală; b) imagine obţinută ca urmare a unei filtrări de mediere locală; c) reprezentarea pixelilor din imagine în spaţiul caracteristicilor (nivel de gri, nivel de gri mediu) – se observă că în acest spaţiu bidimensional al caracteristicilor apare o evidentă separare a două grupuri de pixeli, ce corespund obiectului de interes şi respectiv fundalului; d) rezultatul binarizării imaginii originale*

Segmentarea inseamna identificarea grupurilor de pixeli ce au caracteristici asemanatoare.

Acest proces de grupare se numeste *clustering* (denumirea generala).

Algoritmii de clustering urmaresc identificarea automata a unor grupuri de puncte din spatiul caracteristicilor ce sunt :

- compacte, dense
- reprezentative
- bine separate



Punerea problemei :

un set de *N* puncte, descrise de vectori de dimensiune *p* trebuie impartit in *C* clase (grupuri, clustere).

$$X = \{ \mathbf{x}_i \},\ i = 1,2,\ldots,N$$

$$\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \ldots, x_{ip})$$

Impartirea (partitionarea) setului de puncte in clase :

indice de apartenenta a fiecarui punct (carei clase ii apartine)

Exprimarea cantitativa a conceptului de “partitionare buna”.

criterii de calitate a partitiei.

Apartenenta punctelor la clase

Apartenenta punctului $\mathbf{x}_i$ la clasa j :

$$u_{ij}, \ i = 1,2,\ldots,N, \ \ j = 1,2,\ldots,C$$

Modele de clustering :

Net (binar) :

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, \mathbf{x}_i \in Clasa_j \\ 0, \mathbf{x}_i \notin Clasa_j \end{cases}$$

Nuantat (fuzzy) :

$$u_{ij} \in [0,1]$$

$$\forall \ i = 1,2,\ldots,N, \ \ j = 1,2,\ldots,C$$

Masuri de calitate a claselor

clase compacte : centrul clasei este “aproape” de toate punctele clasei (punctele clasei sunt bine aproximate de centrul clasei).

clasa are suficient de multe puncte

clase bine separate : distantele dintre centrele claselor sa fie cat mai mari.

Cele doua cerinte sunt adeseori contradictorii.

ISODATA = **I**terative **S**elf **O**rganizing **D**ata **A**nalysis **T**echnique

Se fixeaza numarul de clase dorit, *C*.

Calitatea partitiei (a claselor) e caracterizata de eroarea globala de aproximare a vectorilor de date prin prototipurile claselor.

$$J = J(u_{ij}, \boldsymbol{\mu}_j) = \sum_{j=1}^{C} \varepsilon_j = \sum_{j=1}^{C} \left(\sum_{i=1}^{N} u_{ij} \left\| \mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j \right\|^2 \right)$$

$\boldsymbol{\mu}_j$ prototipul (centroidul) clasei *j*

Basic ISODATA (C-means)

$$\frac{\partial J}{\partial \boldsymbol{\mu}_j} = 2\sum_{i=1}^{N} u_{ij}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j) = 0$$

$$\boldsymbol{\mu}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}\mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}}$$

prototipurile claselor sunt mediile aritmetice ale vectorilor de date ce apartin claselor.

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, \left\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j\right\| \le \left\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k\right\|, \forall k \neq j \\ 0, \text{rest} \end{cases}$$

orice vector apartine clasei de al carei prototip este cel mai apropiat.

Clustering net

Basic ISODATA (C-means)

1. alege un set aleator de prototipuri

2. calculeaza apartenenta fiecarui vector la una dintre clasele
   partitiei (vectorii apartin clasei de al carei prototip sunt
   cei mai apropiati)

3. calculeaza prototipurile claselor ca media aritmetica a vectorilor
   apartind fiecarei clase

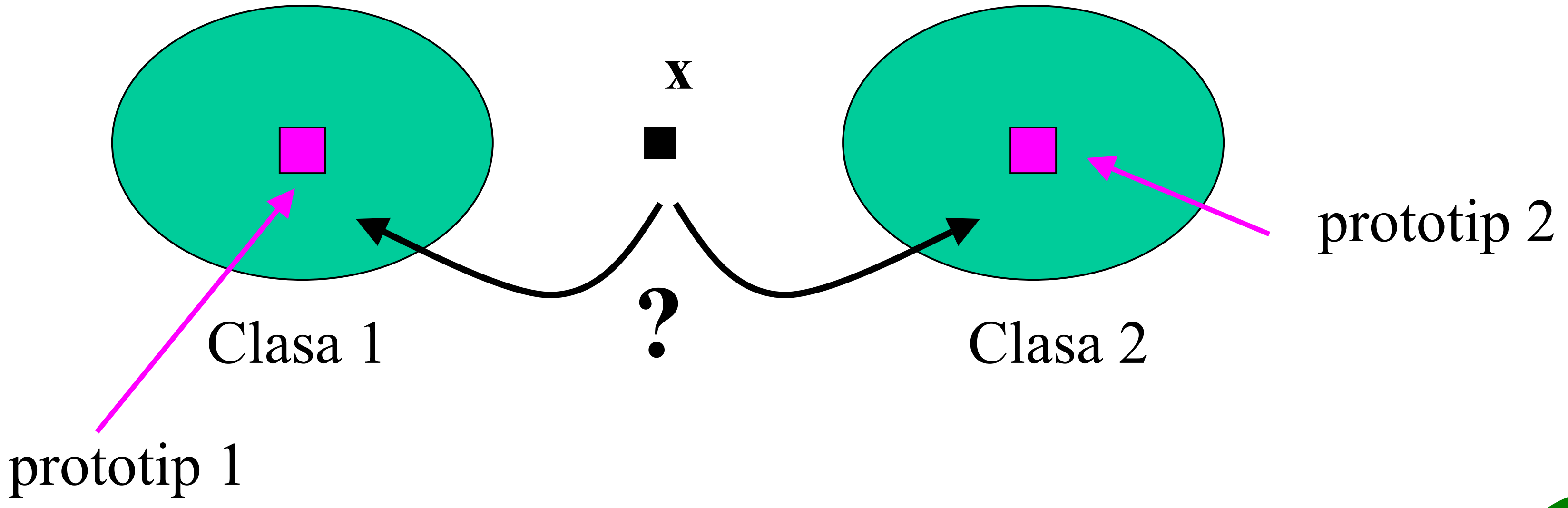
4. evalueaza criteriu de oprire :
   eroare globala suficient de mica ?
   numar de iteratii suficient de mare ?
   au fost vectori care sa isi schimbe apartenenta ?
   au fost prototipuri care s-au modificat semnificativ ?

5. repeta de la 2 daca e cazul.

Problema :

“oscilatii” ale vectorilor intre clase

alocarea vectorilor situati la egala distanta fata de clase



Orice vector apartine oricarei clase, dar intr-o masura mai mare sau mai mica.

u_{ij} sunt gradele de apartenenta [fuzzy] ale vectorilor la clase.

Probleme

de ce fuzzy ?

ce semnificatie au gradele de apartenenta ?

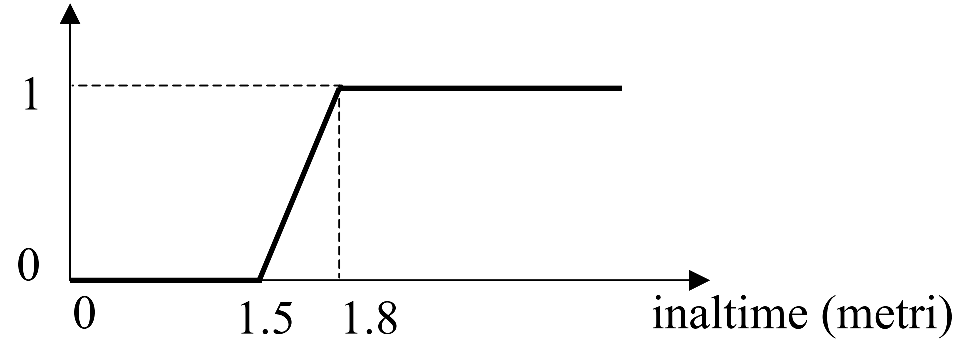
cum se modifica criteriile obiective de calitate ?

Fuzzy : cum ?

Numerele corespund masurii in care un obiect din universul problemei satisface o proprietate (sau o categorie) semantica; numerele sunt in [0,1].

Multime fuzzy = functie de apartenenta a obiectelor la categoria data

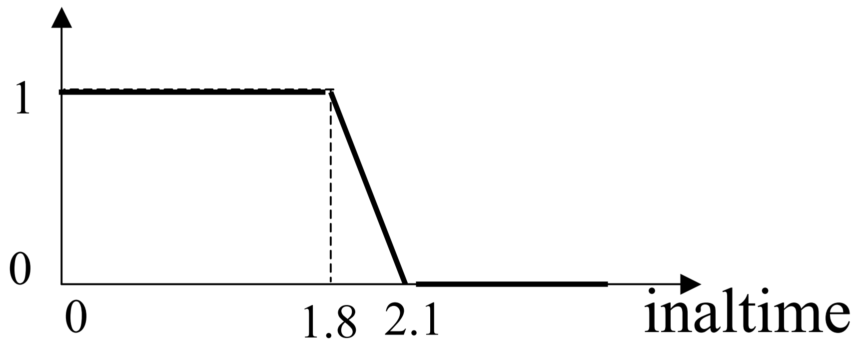
« Inalt »



Functia de apartenenta corespunde unui model natural (plauzibil) si nu este « machiavelica » (Bezdeck)

Fuzzy : cum ?

Un model «machiavelic» al categoriei «Inalt»:

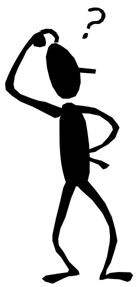


Gradele de apartenenta nu sunt acelasi lucru cu probabilitatile !

Exemplul calatorului insetat (Bezdeck) :

Calatorul insetat ce merge prin desert gaseste doua sticle pline cu lichid. Calatorul trebuie neaparat sa bea continutul unei sticle. Etichetele sticlelor nu sunt “clare”.

Fuzzy ≠ probabilitate



Probabilitatea unui continut «potabil » : 0.9

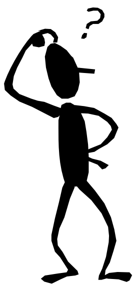
Gradul de apartenenta al continutului la categoria «potabil» : 0.9

Probabilitatea : o sansa din zece de a gasi in sticla acid.

Gradul de apartenenta : continutul este foarte potabil
(ar putea fi bere).

Gradul de apartenenenta nu se schimba dupa observatie !

Fuzzy ≠ probabilitate



Probabilitatea unui continut «potabil » : 0.1

Gradul de apartenenta al continutului la categoria «potabil» : 0.1

Probabilitatea : noua sanse din zece de a gasi in sticla acid.

Gradul de apartenenta : continutul este foarte putin potabil (aproape sigur este acid).

Gradul de apartenenenta nu se schimba dupa observatie !

Moduri de interpretare a gradelor de apartenenta

Clustering "probabilist" - gradele de apartenenta reprezinta masura in care vectorii sunt "impartiti" claselor

$$\sum_{j=1}^{C} u_{ij} = 1$$ (constrangerea de normare probabilista)

Clustering "posibilist" - gradele de apartenenta reprezinta masura in care vectorii sunt "tipici" pentru clase

(fara constrangeri de normare)

Clustering fuzzy "probabilist"

FCM - Fuzzy C-Means (Fuzzy Isodata)

Se fixeaza numarul de clase dorit, *C*.

Calitatea partitiei (a claselor) e caracterizata de eroarea globala de aproximare a vectorilor de date prin prototipurile claselor.

$$J = J(u_{ij}, \boldsymbol{\mu}_j) = \sum_{j=1}^{C} \varepsilon_j = \sum_{j=1}^{C} \left(\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^{m} \left\| \mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j \right\|^2 \right)$$

$\boldsymbol{\mu}_j$ prototipul (centroidul) clasei *j*

m gradul de fuzificare al partitiei

$$J_{FCM} = \sum_{j=1}^{C} \left(\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^{m} \left\| \mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j \right\|^2 \right) - \sum_{i=1}^{N} \lambda_i \left(\sum_{j=1}^{C} u_{ij} - 1 \right)$$

Clustering fuzzy "probabilist"

$$\frac{\partial J_{FCM}}{\partial \boldsymbol{\mu}_j} = 2\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^{m}(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j) = 0$$

$$\boldsymbol{\mu}_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^{m}\mathbf{x}_i}{\sum_{i=1}^{N} u_{ij}^{m}}$$

prototipul oricarei clase este o medie ponderata a tuturor vectorilor din setul de date, ponderati cu gradele lor de apartenenta la clasa respectiva.

$$\frac{\partial J_{FCM}}{\partial u_{ij}} = m u_{ij}^{m-1}\left\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j\right\|^2 - \lambda_i = 0 \Rightarrow u_{ij} = \left(\frac{\lambda_i}{m\left\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j\right\|^2}\right)^{\frac{1}{m-1}}$$

$$\sum_{k=1}^{C} u_{ik} = 1 \Rightarrow \lambda_i = \left(\frac{m}{\sum_{k=1}^{C}\left\|\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k\right\|^{-\frac{2}{m-1}}}\right)^{m-1}$$

Clustering fuzzy “probabilist”

$$u_{ij} = \frac{\left\| \mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_j \right\|^{-\frac{2}{m-1}}}{\sum_{k=1}^{C} \left\| \mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_k \right\|^{-\frac{2}{m-1}}}$$

$$u_{ij} = \frac{\dfrac{1}{dist^{\frac{2}{m-1}}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\mu}_j)}}{\sum_{k=1}^{C} \dfrac{1}{dist^{\frac{2}{m-1}}(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\mu}_k)}}$$

gradele de apartenenta depind invers proportional de patratele distantelor de la vectorul de date la prototipurile claselor

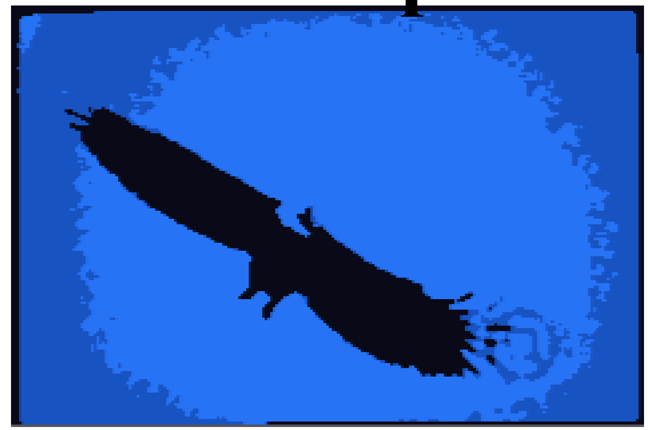
rezolva problema gradelor de apartenenta egale in cazul vectorilor egal distantati de prototipuri ale claselor.

FCM (Fuzzy Isodata)

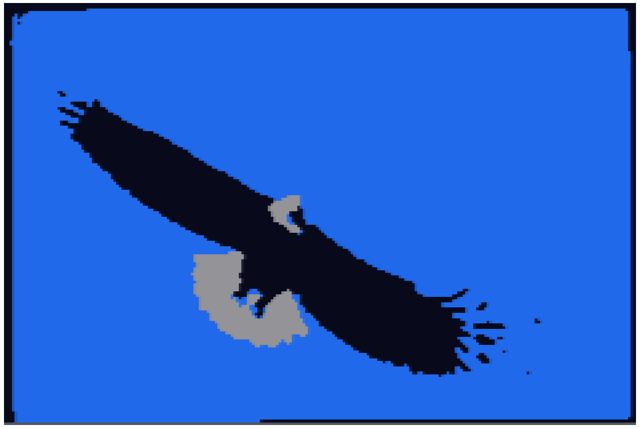
1. alege un set aleator de prototipuri
2. calculeaza apartenenta fiecarui vector la clasele partitiei
3. calculeaza prototipurile claselor ca mediile ponderate ale vectorilor
4. evalueaza criteriu de oprire :
   - eroare globala suficient de mica ?
   - numar de iteratii suficient de mare ?
   - au fost vectori care sa isi schimbe apartenenta ?
   - au fost prototipuri care s-au modificat semnificativ ?
5. repeta de la 2 daca e cazul.

Clustering fuzzy “probabilist”

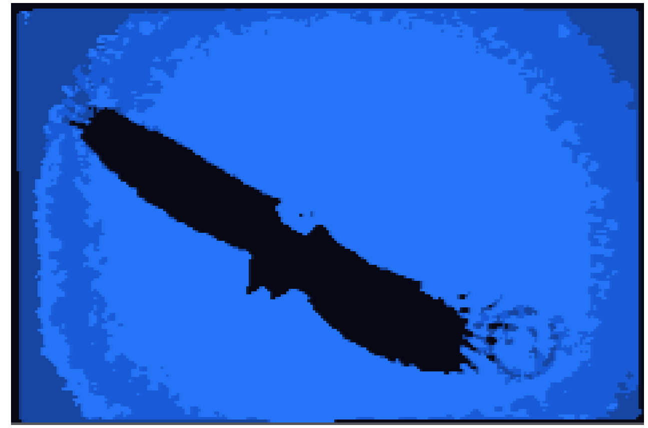
Exemplu



FCM, C=3



segmentare ideala (C=3)



FCM, C=4

Clustering fuzzy "probabilist"

Limitarile modelului de "impartire" a vectorului intre clase.