Segmentarea şi Regularizarea MAP-Markov a Imaginilor Satelitare

- lucrare de laborator -

şl.dr.ing. Șerban OPRIȘESCU

În această lucrare vom aborda domeniul segmentării imaginilor satelitare şi al îmbunătăţirii rezultatului segmentării (operaţie numită regularizare) utilizând metoda MAP-Markov.

1) Modelarea Gaussiană a categoriilor rurale

Segmentarea imaginilor constă în descompunerea unei scene (imagini) în componentele sale [1][2]. Aceste componente trebuie să fie mulţimi disjuncte, nevide şi conexe. În urma procesului de segmentare vor fi extrase din imagine regiuni ce satisfac anumite criterii de uniformitate, sau alte elemente.

Obiectivul este de a rezuma informaţia prezentă într-o imagine observată, aşa încât ***numărul de clase prezente în imaginea segmentată să fie foarte mic*** în raport cu valorile observate în imagine. Imaginea astfel obţinută permite o prezentare compactă şi uşor exploatabilă a datelor.

Modelul imaginii satelitare utilizat

Notăm cu $E = \mathbf{R}^N$ spaţiul stărilor corespunzând la N benzi de frecvenţă. O imagine hiperspectrală S, formată din M pixeli s, poate fi reprezentată ca un punct în spaţiul E^M.

Notăm cu $\mathbf{Y} = (Ys_1,\ldots,Ys_M)$ câmpul aleator asociat imaginii S şi cu $\mathbf{y} = (y_{s1},\ldots,y_{sM}) \in E^M$ o realizare a lui $\mathbf{Y}$.

Fie Λ mulţimea celor K clase ce sunt folosite ca etichete pentru pixelii din S. Notăm cu $\mathbf{X} = (Xs_1,\ldots,Xs_M)$ câmpul aleator care exprimă procesul de clasificare şi cu $\mathbf{x} = (x_{s1},\ldots,x_{sM}) \in \Lambda^M$ o configuraţie a imaginii S.

Repartiţia a priori pe spaţiul configuraţiilor este o repartiţie discretă, ce se notează cu $P(\mathbf{X}=\mathbf{x})$.

Repartiţia de probabilitate a lui $\mathbf{Y}$ pentru o configuraţie dată (condiţionată de o configuraţie dată), notată $P(\mathbf{Y}|\mathbf{X}=\mathbf{x})$, este exprimată prin *densitatea condiţionată de probabilitate* $f(\mathbf{y}|\mathbf{X}=\mathbf{x})$.

Utilizând formula lui Bayes, se poate determina *repartiţia de probabilitate a posteriori* pentru configuraţiile $\mathbf{x}$, dată fiind o realizare $\mathbf{y}$ a lui $\mathbf{Y}$ în spaţiul stărilor:

$$P(X = x \mid Y = y) = \frac{f(y \mid X = x)P(X = x)}{\sum_x f(y \mid X = x)P(X = x)} \tag{1}$$

Mai explicit, imaginile satelitare sunt de obicei multispectrale, de exemplu o imagine furnizată de satelitul Spot 4 este o matrice lin x col x N, unde N=4 benzi spectrale.

O imagine color clasică are doar 3 benzi spectrale (roşu,verde,albastru), adică o imagine de 1Mpixel preluată cu o cameră web simplă este o matrice tridimensională: 648 x 480 x 3.

Modelare Gaussiană a categoriilor rurale

Modelul statistic tradiţional al unei categorii rurale este cel al repartiţiei Gaussiene multidimensionale (în spaţiul stărilor $E = \mathbf{R}^N$). Astfel, pentru o clasă x (categorie rurală), densitatea condiţionată de repartiţie $f(y|X = x)$ pe spaţiul stărilor $E = \mathbf{R}^N$ are forma

$$f\left(y \mid X = x\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N \det \Sigma_x}} \exp\left(-\frac{1}{2}(y-\mu_x)^t \Sigma_x^{-1}(y-\mu_x)\right), \tag{2}$$

adică avem un model Gaussian $\mathcal{N}(N;\, \mu_x, \Sigma_x)$. Pentru cazul când numărul claselor $x \in \Lambda$ este K, avem la dispoziţie o familie de repartiţii gaussiene, $\{\, \mathcal{N}(N;\, \mu_x, \Sigma_x),\ x \in \Lambda \,\}$.

Semnificaţia parametrilor este următoarea:

$$E(\, Y \mid X = x) = \mu_x \quad \text{şi} \quad Cov(Y \mid X = x) = \Sigma_x$$

2. Instruirea clasificatorului prin estimare directă

Estimarea statistică directă poate fi aplicată pentru instruirea (sau învăţarea, sau antrenarea) clasificatorului dacă dispunem de un „*adevăr teren*” (*ground truth*), adică de o porţiune cunoscută a imaginii care conţine toate categoriile de teren.

Neglijând indexul de clasă, forma densităţii de repartiţie ai cărei parametri trebuie estimaţi este:

$$f(y;\mu,\Sigma)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{N}\det\Sigma}}\exp\left(-\frac{1}{2}(y-\mu)^{t}\Sigma^{-1}(y-\mu)\right), \qquad (3)$$

unde $\mu\in\mathbf{R}^{N}$, iar Σ este o matrice simetrică, pozitiv definită, de dimensiune $N\times N$. Estimarea parametrilor modelului se realizează prin metoda verosimilităţii maxime.

Presupunem că dispunem de un adevăr teren şi notăm cu $Y_1,\ldots,Y_n$ cei n vectori ai observaţiilor corespunzătoare pixelilor din fereastra de învăţare. Fie $\mathbf{Y} = (Y'_1,\ldots,Y'_n)'$ vectorul aleator corespunzător şi fie $\mathbf{y} = (y'_1,\ldots,y'_n)'$ vectorul observaţiilor.
Funcţia de verosimilitate este egală cu densitatea de repartiţie a lui **Y** calculată în **y**,

$$L(\mu,\Sigma)=g(\mathbf{y};\mu,\Sigma)=\prod_{j}f(y_j;\mu,\Sigma)$$

$$L(\mu,\Sigma)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{N\cdot n}(\det\Sigma)^{n}}}\exp\left(-\frac{1}{2}\sum_{j}(y_j-\mu)^{t}\Sigma^{-1}(y_j-\mu)\right), \qquad (4)$$

Estimaţia de verosimilitate maximă este soluţia problemei de optimizare Max { $L(\mu,\Sigma)$ }.

3. Simularea unei imagini satelitare

„Imaginea de lucru” pentru orice procedură de regularizare este o imagine satelitară segmentată. Etapele în care am generat o asemenea imagine de lucru au fost:

- Generarea cu calculatorul a imaginii „adevăr teren”;
- Obţinerea „imaginii satelitare” prin perturbarea imaginii „adevăr teren” cu un zgomot aleator;
- Segmentarea imaginii satelitare, prin metoda MAP

Imaginea „adevăr teren”

S-a urmărit obţinerea unei imagini de tipul celor ce se întâlnesc în problemele de Land-Use, deci regiunile au fost bine delimitate prin frontiere drepte s-au curbe.

S-au folosit 5 tipuri de clase (K=5), fiecărei clase fiindu-i asociată o anumită culoare din spaţiul RGB, iar fiecare regiune disjunctă fiind colorată uniform cu una din cele 5 culori.

Menţionăm că imaginea a fost generată folosind un program de desen, şi este o imagine RGB clasică (formată din 3 benzi).

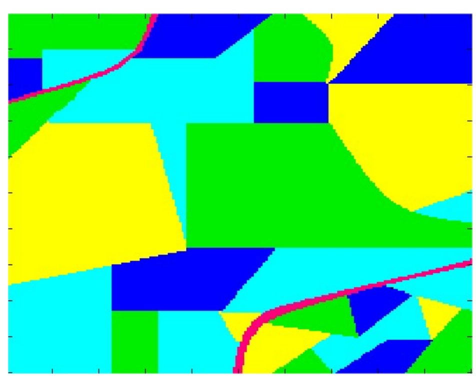


Fig. 1. Imaginea "adevăr teren"

Imaginea generată şi utilizată apoi în studiu este prezentată în Fig. 1.
Această imagine va fi folosită ca imagine de referinţă în evaluarea rezultatului metodelor de regularizare.

b) Imaginea satelitară s-a obţinut prin perturbarea imaginii "adevăr teren" cu un zgomot aleator.

4. Segmentare MAP pentru zonele rurale

Fie E = $\mathbf{R}^N$ spaţiul stărilor corespunzând la *N* benzi de frecvenţă, *S* o imagine hiperspectrală formată din *M* pixeli şi E^M spaţiul stărilor corespunzând imaginilor formate din câte M pixeli.

Fie Λ mulţimea celor *K* clase ce sunt folosite ca etichete pentru pixelii din *S*.

Notăm cu **X** câmpul aleator (Λ^M , $\mathcal{P}(\Lambda^M)$, P) corespunzător imaginilor formate din câte M pixeli care vor fi reprezentate prin configuraţii ce utilizează mulţimea claselor Λ.

Notam cu $\mathbf{y} \in E^M$ vectorul stărilor corespunzând unei imagini S observate. ***Imaginea segmentată*** este definită de o configuraţie $\mathbf{x} = (x_{s_1},\ldots,x_{s_M}) \in \Lambda^M$.

Notăm cu P(**X=x**) probabilitatea a priori a configuraţiei **x** şi cu P(**X=x**|**Y**=**y**) probabilitatea Bayesiană (a posteriori) a configuraţiei **x,** cunoscând vectorul observat al stărilor, **y**. Ambele sunt repartiţii de probabilitate pe spaţiul configuraţiilor.

O imagine MAP segmentată este definită de configuraţia ce se obţine ca soluţie a următoarei probleme de optimizare:

$$\mathbf{x}^* = \arg\max P(\mathbf{X}=\mathbf{x}|\mathbf{Y}=\mathbf{y}) = \arg\max (f(\mathbf{y}|\mathbf{X}=\mathbf{x})P(\mathbf{X}=\mathbf{x})), \tag{5}$$

Logaritmând, putem transforma problema de găsire a maximului într-una de găsire a minimului, de forma:

$$\mathbf{x}^* = \arg\min(-\ln f(\mathbf{y}|\mathbf{X}=\mathbf{x}) - \ln P(\mathbf{X}=\mathbf{x})) \tag{6}$$

Ipoteza de bază a metodei MAP este **independenţa condiţionată** a pixelilor în spaţiul stărilor:

$$f(\mathbf{y}|\mathbf{X}=\mathbf{x}) = \prod_{s\in S} f(y_s|X_s = x_s) \tag{7}$$

Într-o primă aproximare, configuraţiile **x** sunt echiprobabile, adică P(**X=x)** este repartiţia uniformă (**ipoteza repartiţiei uniforme pentru configuraţii**):

$$P(\mathbf{X}=\mathbf{x}) = \prod_{s\in S} P(X_s = x_s) = 1 / K^M \tag{8}$$

Această ipoteză exprimă de fapt necunoaşterea adevăratei repartiţii a priori**,** sau faptul că aceasta ne este inaccesibilă.

În ipotezele de mai sus, o configuraţie MAP, $\mathbf{x}^* = (x^*_{s_1},\ldots,x^*_{s_M})$, poate fi obţinută prin rezolvarea unor probleme de **optimizare locală**.

Pentru fiecare pixel s, se rezolvă problema

$$x^*_s = \arg\max \{f(y_s|X_s = x_1),\ldots,f(y_s|X_s = x_{K-1}), f(y_s|X_s = x_K)\} \tag{9}$$

sau

$$x^*_s = \arg\min \{-\ln f(y_s|X_s = x_1),\ldots,-\ln f(y_s|X_s = x_{K-1}), -\ln f(y_s|X_s=x_K)\} \tag{10}$$

Vom considera modelarea Gaussiană a categoriei rurale, ceea ce revine la utilizarea modelelor Gaussiene în spaţiul stărilor. Densitatea de repartiţie condiţionată corespunzătoare este

$$f(y_s \mid X_s = x) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}(\det \Sigma_x)^{1/2}} \exp\left(-\frac{1}{2}(y_s - \mu_x)^T \Sigma_x^{-1}(y_s - \mu_x)\right),$$

Găsirea clasificatorului MAP revine la maximizarea densităţii de repartiţie a posteriori

$$x^*_s = \arg\max \{f(y_s|X_s = x_s) \tag{11}$$

În continuare, se introduce noţiunea de ***funcţie de energie*** U(x), dată de log-verosimilitatea unei configuraţii $(x_s)_s$ în raport cu observaţiile $(ys)_s$

$$U(x) = (y_s - \mu_x)^T \Sigma_x^{-1} (y_s - \mu_x) + \ln(\det \Sigma_x) \quad (12)$$

Această funcţie de energie ar trebui să modeleze toate fenomenele de degradare a obiectului iniţial în timpul procesului de observare.

Găsirea clasificatorului MAP revine, echivalent, la minimizarea funcţiei de energie,

$$x^*_s = \arg\min\left((y_s - \mu_x)^T \Sigma_x^{-1} (y_s - \mu_x) + \ln(\det \Sigma_x)\right) \quad (13)$$

5. Regularizare MAP-Markov pentru zone rurale

Segmentarea folosind câmpul Gibbs, introdusă în 1987 ([3]), a devenit una dintre cele mai importante şi mai utilizate metode de regularizare. În această abordare, clasa atribuită unui pixel depinde nu numai de caracteristicile spectrale ale pixelului, ci şi de caracteristicile spectrale ale vecinilor săi.

Regularizarea MAP-Markov se realizează lucrând în ipoteza că **X** este un câmp Markov pe *S,* cu sistemul de vecinătăţi Vs.

Conform acestei ipoteze şi conform teoremei Hamersley – Clifford, repartiţia P(**X=x**) este repartiţia Gibbs.

Notăm cu C familia clicelor corespunzătoare sistemului de vecinătăţi Vs, cu $U_c(\mathbf{x})$ energia clicii $c \in C$, şi cu

$$U(\mathbf{x}) = \sum_{c \in C} U_c(\mathbf{x}) \quad (14)$$

energia totală a configuraţiei **x.**

Repartiţia Gibbs este dată de $P(\mathbf{X}=\mathbf{x}) = Z^{-1}\exp\left(-\sum_{c \in C} U_c(\mathbf{x})\right)$, unde Z este constanta de normalizare.

O imagine MAP-Markov regularizată este soluţia următoarei probleme de optimizare:

$$\mathbf{x}^{**} = \arg\max \{ f(\mathbf{y}|\mathbf{X}=\mathbf{x}) \exp(-U(\mathbf{x}))\} \quad (15)$$

Ca şi în etapa de segmentare, se face **ipoteza independenţei condiţionate** a pixelilor. Astfel, soluţia $\mathbf{x}^{**}=(x^{**}s_1,\ldots, x^{**}s_M)$ se poate obţine prin rezolvarea unor probleme locale de optimizare,

$$x^{**}s = \arg\max \{f(y_s|X_s = x_1)\exp(-U(x_1)),\ldots, f(y_s|X_s = x_K)\exp(-U(x_K))\} \quad (16)$$

Definirea energiei clicilor

Definirea lui U(**x**) depinde de sistemul de vecinătăţi Vs şi de contribuţia clicelor la expresia probabilităţilor a posteriori P(**X=x**|**Y**=**y**).

Modelul cel mai utilizat pentru definirea energiei este modelul Potts, în care se consideră ca fiind "active" doar clicile de ordinul 2. Acest model provine din mecanica cuantică (Chandler 1987), mai precis este o variantă a modelului Ising, folosit pentru descrierea orientării spinilor.

Energia totală a configuraţiei **x** este dată de expresia

$$U(\mathbf{x}) = \beta \sum \delta(x_s,x_t), \quad (17)$$

unde suma se face după toate clicile de ordinul doi $c_2 = \{s,t\}$, $\beta > 0$, iar

$$\delta(x_s,x_t) = -1 \text{ dacă } x_s = x_t, \text{ şi } \delta(x_s,x_t) = 1 \text{ dacă } x_s \neq x_t \quad (18)$$

Rezultă că problema locală de optimizare ce trebuie rezolvată pentru fiecare pixel s este

$$x^{**}s = \arg\max \{f(y_s|X_s = x_s) \exp(-\beta \sum_t \delta(x_s,x_t))\} \quad (19)$$

O valoare mare a lui β favorizează reclasarea unui pixel izolat în clasa cea mai frecvent întâlnită pentru vecinii lui. Valoarea β=0 ne readuce la “clasificarea prin verosimilitate maximă”.

6. Desfăşurarea lucrării

1. Încărcaţi o imagine de test de tip adevăr teren, de exemplu test1.bmp:

```
img = imread('test1.bmp');
```

Imaginea se afişează cu:

```
figure, image(img);
```

2. Adăugarea de zgomot alb gaussian de medie zero şi dispersie D pe imagine, pentru a simula o imagine satelitară:

```
help addnoise
img = addnoise(img,'gaussian', D);
```

Imaginea se afişează cu:

```
figure, image(img);
```

3. Segmentarea şi regularizarea imaginii simulate mai sus:

```
help segreg
[seg  reg] = segreg(img, beta, iter);
```

Alegeţi diferite valori ale parametrului de reglaj al regularizării (beta) şi a numărului de iteraţii a regularizării (iter).

Repetaţi segmentarea – regularizarea cu o imagine tip satelitar mai zgomotoasă (dispersie D mai mare). Ce observaţi?

4. Segmentarea şi regularizarea MAP-Markov a unei porţiuni dintr-o imagine satelitară reală *

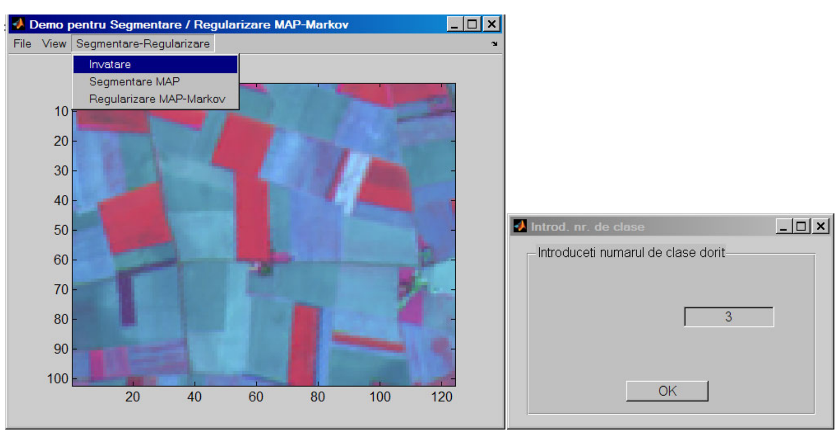
```
help  demo_sr
```

Programul demonstrativ demo_sr permite următoarele prelucrări succesive:

a) Deschiderea imaginii satelitare folosind meniul File -> Load
b) Învăţarea parametrilor claselor (medie şi matrice de covarianţă) comandată din meniul: Segmentare-Regularizare -> Învăţare
c) Segmentarea imaginii satelitare cu selecţiile de „adevăr teren” învăţate la pasul b)
d) Regularizarea imaginii segmentate anterior.

Deschideţi imaginea „test1_B4.BMP” şi urmaţi paşii b) – d)

Selectarea fiecărei zone de învăţare se face apăsând lupa şi selectând cu mouse-ul doar mica zonă dreptunghiulară ce conține pixelii aparținând unei singure clase. După fiecare selectare zona afişabilă a ferestrei trebuie să conțină doar pixelii selectați (zoom). Apoi, se revine cu lupa de micșorare la dimensiunea originala (zoom out) şi se alege zona următoare.



*Codul sursă al funcțiilor necesare acestei lucrări de laborator, împreună cu acest îndrumar se găsesc pe pagina personală a autorului:
http://imag.pub.ro/~soprisescu

Bibliografie:
[1] Oprişescu S. (2007), „Metode avansate de modelare statistică pentru segmentarea imaginilor satelitare în zone urbane, rurale şi mixte", teză de doctorat, UPB.
[2] Jain V., (1989), *Fundamentals of image processing*, Prentice Hall
[3] Derin H. and Elliott H., (1987), "Modeling and segmentation of noisy and textured images using Gibbs random fields", *IEEE. Trans. on Pattern Anal. and Mach. Intell.*, 9, pp.721–741

Lucrare elaborată de sl.dr.ing, Șerban Oprișescu, 07 aprilie 2015